

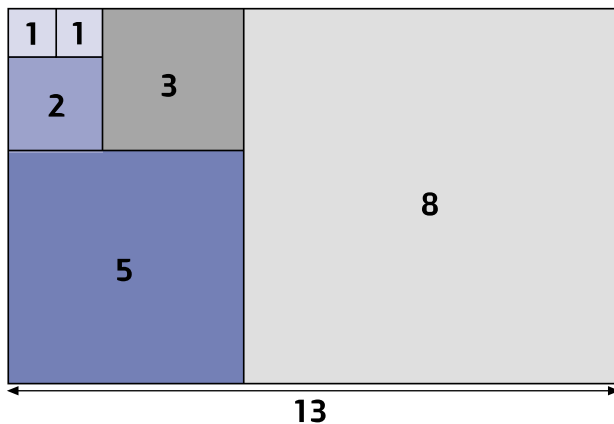


3 איך יודעים אם מספר מתחלק ב-13?

איך נדע אם מספר מתחלק ב-13? מוחקים מהמספר את ספרת היחידות, ומוסיפים למספר הנותר את מכפלת ספרת היחידות ב-4. אם הסכום המתקבל מתחלק ב-13, הרי שגם המספר ההתחלתי יתחלק ב-13. לנוחיות, אפשר להמשיך את התהליך. לדוגמה, נבדוק אם המספר 884 יתחלק ב-13: נמחק את ספרת היחידות - 4, ונוסיף למספר הנותר (88) את המכפלה: $4 \times 4 = 16$, $88 + 16 = 104$. נמשיך בתהליך: נמחק את ספרת היחידות - 4, ונוסיף למספר הנותר (10) את המכפלה: $4 \times 4 = 16$, $10 + 16 = 26$. מאחר ו-26 מתחלק ב-13, הרי שגם המספר 884 מתחלק ב-13.

הוכחת הטענה:

נניח שהמספר הוא: $10x+y$. לאחר שמשמיטים את ספרת היחידות y , כופלים אותה ב-4 ומוסיפים את המכפלה למספר הנותר (x) ומקבלים: $x+4y$. (השמטת ספרת היחידות מקטינה גם את הערך של שאר הספרות פי 10). עלינו להוכיח שאם: $x+4y$ מתחלק ב-13, הרי שגם $10x+y$ יתחלק ב-13. הוכחה: אם $x+4y$ מתחלק ב-13 הרי שגם $10x+40y$ יתחלק ב-13 (כפלנו פי 10). נחסר $39y$ מ- $10x+40y$: $10x+40y-39y=10x+y$ 39 הוא כפולה של 13 ולכן $39y$ מתחלק ב-13. מכאן, שגם $10x+y$ מתחלק ב-13. (מעובד על-פי "חשבון, פרקי חזרה מורחבים", ש. אביטל, א. גינזבורג)



על המספר 13 | עמ' 5

המספר 13 - "בר מצווה" מציין את הגיל בו בנים עוברים מתקופת הילדות לתקופת הבגרות. מספר זה הוא מספר בעל משמעויות שונות בדתות שונות. בעוד שביהדות הוא מציין מספר בעל משמעויות חיוביות, כגון: "שלוש-עשרה מידות הרחמים של אלוהים" או "שלושה-עשר עיקרי האמונה", הרי שבנצרות הוא מסמל משמעויות שליליות, כמו, שלושה-עשר הסועדים בסעודה האחרונה של ישו. לכן, במקרים רבים נמצא שמדברים על 13 כעל "מספר עם מזל טוב" ובמקומות אחרים כעל "מספר עם מזל רע". מאחר ולא באמונות שונות עיסוקו הרי שנעסוק במספר 13 רק בהיבטיו המתמטיים. וכדרכנו נביא בפני הקוראים 13 היבטים שונים המתקשרים למספר 13.

המספר 13 ב-13 היבטים שונים

1 סכום כל הראשוניים עד 13

סכום כל המספרים הראשוניים עד 13, כולל 13, שווה למספר הראשוני ה-13. בדקו על-ידי חישוב. (מתוך "על המספר 13", א. תורגמן)

2 13 - מספר בסדרת פיבונאצ'י

13 הוא אחד ממספרי פיבונאצ'י (סדרת מספרים שבה כל איבר מאיברי הסדרה מתקבל מסכום שני האיברים הקודמים לו. לדוגמה: 0,1,1,2,3,5,8,13.....)

גם את המספר 13, כמו מספרים אחרים מבין מספרי פיבונאצ'י אפשר למצוא בטבע במקומות רבים. למשל, לפרח ציפורן החתול ולפרח הסביון יש 13 עלי כותרת, ובאיצטורבל ניתן להבחין ב-13 ספיראלות.

4 13 חלקים בספר יסודות

בספרו המפורסם של אוקלידס "יסודות" יש 13 חלקים. הספר נכתב בראשית המאה השלישית לפני הספירה ונחשב לספר העתיק ביותר במתמטיקה. בזכות ספר זה נחשב אוקלידס למייסד הגישה האקסיומטית - הגישה המדעית המתמטית. הספר עוסק בגיאומטריה של המישור, בתורת המספרים, במספרים אי-רציונליים ובהנדסת המרחב.



5 13- מספר ראשוני שהוא גם סכום של ריבועים

המספר 13 הוא הראשון מבין המספרים הראשוניים שניתן לבטא אותו כסכום של ריבועי שני מספרים ראשוניים: $13=2^2+3^2$. נסו למצוא מספרים ראשוניים נוספים שאפשר לבטא אותם כסכום של ריבועי שני מספרים ראשוניים. מדוע אחד מהמספרים הראשוניים חייב להיות 2? (מעובד על-פי "מתמטיקה בהנאה", ש. אביטל)

6 $11+2=13$

ELEVEN + TWO = 13
השתמשו באותן האותיות ובנו תרגיל אחר שהתוצאה שלו 13 (לא על-ידי שימוש בחוק החילוף).
(מתוך "על המספר 13", א. תורגמן)

7 הסכום 1313

הסכום של מספר תלת-ספרתי ומספר תלת-ספרתי הכתוב באותן ספרות רק בסדר הפוך, הוא 1313. מצאו את המספר התלת-ספרתי. נסו למצוא יותר מפתרון אחד.
(מתוך "על המספר 13", א. תורגמן)

8 הריבוע של 13

הריבוע של המספר 13 שווה לסכום של 13 מספרים עוקבים. מצאו אותם.
(מתוך "על המספר 13", א. תורגמן)

9 הריבוע של 13 והריבוע של העוקב לו.

13 הוא המספר היחיד שאם נהפוך את שתי הספרות האחרונות של הריבוע שלו, נקבל את ריבוע העוקב לו. (הריבוע של 13 הוא 169 והריבוע של 14 הוא 196). בדקו במספרים אחרים והסבירו איך אפשר לדעת שהוא אכן היחיד.
(שלח ערן סגליס)

12 - ראשוני מיוחד

המספר 13 הוא מספר ראשוני, והוא גם הראשון מבין המספרים הראשוניים, שהמספר המתקבל כתוצאה מהחלפת סדר הספרות שלו (31) גם הוא מספר ראשוני. מצאו עוד מספרים כאלה.

13 - מספר שמח

13 הוא מספר שמח. נפעיל על המספר 13 את התהליך הבא:
נעלה בחזקה שנייה את הספרות הבונות את המספר 13 ונחבר את החזקות: $1^2+3^2=10$
נמשיך להפעיל אותו תהליך על התוצאה $1^2+0^2=1$:
הגענו למספר 1. לכן, המספר 13 נקרא "**מספר שמח**". אם לא ניתן להגיע בסוף התהליך למספר 1, המספר לא ייקרא מספר שמח.
יש שלושה מספרים שמחים קטנים מ-13, ו-15 מספרים שמחים גדולים מ-13 וקטנים מ-100. מצאו אותם. (מתוך "על המספר 13", א. תורגמן)

מקורות

אביטל, ש' (1991). **מתמטיקה בהנאה**. תל-אביב: עם עובד.
אביטל, ש', גינבורג, א' (1968). **חשבון, פרקי חזרה מורחבים**. חיפה: 1,2,3... וולס, ד' (2001). **עוד חידודים**. רעננה: מי-אן (תרגום אריה לרנר).
וולס, ד' (2002). **ספר המספרים**. רעננה: מי-אן (תרגום אריה לרנר).
תורגמן, א' (2007). **על המספר 13**. (בטיזטה).

10 מכפלות של 13

כפלו את המספר 13 במספר כלשהו כך שתקבלו בתוצאה מספר ארבע-ספרתי. לדוגמה: $13 \times 109 = 1417$.
ועכשיו בדקו אם המספר 417,001 מתחלק ב-13?
דוגמה נוספת: $13 \times 437 = 5681$
בדקו אם המספר 681,005 מתחלק ב-13?
(ספרת האלפים הופכת להיות ספרת היחידות במספר החדש, והמספר התלת-ספרתי, הנוותר ללא ספרת האלפים, הופך להיות מספר מאות האלפים שבמספר החדש).

נסביר את התופעה בעזרת הדוגמאות.
ידוע ש: $1,417$ הוא כפולה של 13. $1,417 = 1001 + 416$.
גם $1,001$ הוא כפולה של 13 ($7 \times 11 \times 13 = 1,001$) ולכן גם 416 הוא כפולה של 13. מכאן שגם $416,000$ הוא כפולה של 13. $416,000 + 1001 = 417,001$ נוסף $1,001$ לכאן ש: $417,001$ מתחלק ב-13.

באותו אופן ידוע ש: $5,681$ הוא כפולה של 13. $5,681 = 5,005 + 676$
 $5,005$ הוא כפולה של $1,001$ ולכן הוא כפולה של 13. מכאן, ש- 676 הוא כפולה של 13. לכן, גם $676,000$ הוא כפולה של 13. $676,000 + 1001 = 677,001$ נוסף $5,005$ ונקבל ש: $677,001 = 676,000 + 5,005 + 1001 = 681,006$
מכאן ש: $681,055$ מתחלק ב-13. (מעובד על-פי "עוד חידודים", ד. וולס)

11 סכום 13 הראשוניים

חברו את 13 המספרים הראשוניים הראשונים. חשבו את סכום הספרות של הסכום. מה קיבלתם?
(מתוך "על המספר 13", א. תורגמן)

