טיפול בשגיאות של תלמידים באמצעות דיון מתמטי - בעיית הפרופורציה

ברכה סגליס

אחד הנושאים הדידקטיים המטרידים את המורה בכיתה הוא כיצד להתמודד עם שגיאות של תלמידים. האם להעיר לתלמיד השוגה לפני כל הכיתה? או שמא עדיף להתעלם כדי לא לבייש אותו. האם "לעשות מזה עניין גדול" - מנוף ללמידה של שאר התלמידים שייתכן שחלק מהם חושבים שזאת התשובה הנכונה? או שזה מסוכן, כי זה "ייתן במה לשגיאה" - יחזק אותה אצל תלמידים אחרים, ועדיף להראות רק את הדרך הנכונה לפתרון. שגיאות של תלמידים מעידות לעתים על דרך החשיבה שלהם. אם לתלמיד יש שגיאה עקבית, כנראה שהאופן שבו הוא חושב על הנושא, מבוסס על הנחות מוטעות. כיצד, אם כן, ניתן לשרש אצל התלמיד שגיאה כזו? כיצד ניתן לשנות את ההנחות המוטעות והתפיסות השגויות שיש לו ולהביא אותו להבנה נכונה? (צמיר וברקאי, 2005)

במהלך קורס שניתן לסטודנטיות, במכללה האקדמית שאנן, המתמחות בהוראת המתמטיקה לחטיבת הביניים, הן התבקשו לבחור נושא מתמטי; לקרוא מאמרים העוסקים בהוראת הנושא ובדרכי חשיבה של תלמידים; ולהכין ריאיון שיכלול שאלות, אשר המחקרים מראים כי תלמידים שוגים בהם. שתי סטודנטיות מתוך הקורס, איה ומרגלית, בחרו לבדוק את הבנת המושג פרופורציה. הריאיון שערכו לתלמידים כלל בעיות שונות בנושא הפרופורציה, כפי שהופיעו במאמר: שלושה בלונים בשני דולר - פיתוח חשיבה פרופורציונלית (Langrall & Swafford 2000).

בעיות פרופורציה

הספרות המחקרית (Lamon, 1993) מציגה ארבעה סוגים שונים של בעיות פרופורציה:

1. בעיות של חלק-חלק-שלם, שבהן תת-קבוצה משווית עם התת-קבוצה המשלימה לה, או עם השלם עצמו. לדוגמה: המורה לספורט חילק את תלמידי הכיתה לקבוצות של 5. בכל קבוצה היו 3 בנות. אם מספר תלמידי הכיתה הוא 30, כמה בנים וכמה בנות יש בכיתה?

2. בעיות של קבוצות מקושרות, שבהן נוצר קשר בין שתי כמויות שבדרך כלל אינן מקושרות. לדוגמה: אלון, גור וסיוון קנו 3 בלונים ממולאים בהליום, ושילמו 4 שקל עבור כל השלושה. הם החליטו לחזור לחנות ולקנות בלונים עבור כל ילדי הכיתה. כמה הם שילמו עבור 24 בלונים?

3. בעיות של יחידות מידה ידועות, העוסקות ביחסים או קצבים ידועים, כמו, מהירות שהיא היחס שבין קילומטרים ושעות, או מחיר ליחידה שהוא היחס בין פריטים ושקלים. לדוגמה: לצורך נהיגה למרחק של 156 ק"מ השתמש יואב ב- 16 ליטר בנזין. האם הוא יכול לנהוג במהירות זו למרחק של 240 ק"מ כשהוא משתמש ב- 24 ליטר בנזין?

4. בעיות של הגדלה, המבטאות יחס בין שתי כמויות רציפות, כמו גובה, אורך, רוחב, או היקף ועוסקות או בעלייה (הגדלה או מתיחה), או בירידה (הקטנה או כיווץ). לדוגמה: תמונה בגודל 6x8 אינץ' הוגדלה כך שהאורך השתנה מ- 8 ל- 12 אינץ'. מהו הרוחב של התמונה החדשה?

לפי Lamon (1993), סוגים שונים של בעיות מפעילים אסטרטגיות פתרון שונות:

בבעיות פרופורציה מסוג **חלק-חלק-שלם** התלמידים נוטים להשתמש בשיטות חשיבה לא פורמליות, וזאת משום שבעיות חלק-חלק-שלם נותנות עצמן לאסטרטגיות של מנייה, התאמה ובנייה כלפי מעלה.

לעומת זאת בפתרון בעיות פרופורציה מסוג **קבוצות מקושרות**, תלמידים נוטים להשתמש באסטרטגיות חשיבה פרופורציונלית מדרגה גבוהה יותר, כלומר ב-יחס. ה"שפה של יחס" מופעלת באופן טבעי יותר כאשר התלמידים צריכים לחשוב על שתי קבוצות, שאינן מקושרות בדרך כלל, אך מתייחסות אחת לשנייה על-פי תוכן הבעיה.

ההיכרות עם **יחידות מידה ידועות** כמו מהירות ומחיר, עשויה להאיץ חשיבה פרופורציונלית, אבל ישנם תלמידים שהשפה המוכרת עלולה לאפשר להם להסתיר את חוסר ההבנה שלהם. למשל, תלמידים שלמדו נוסחאות לפתרון בעיות מהירות, יהיו מסוגלים לפתור בעיות אלו. עם זאת אין הם בהכרח מבינים את הקשרים הכפליים או הפרופורציונליים המופיעים בבעיית

מהירות, כלומר, שבכל שעה נסעו כמות מסוימת של קילומטרים.

בעיות הגדלה מזוהות כסוג הקשה ביותר. שלא כמו בבעיות של חלק-חלק-שלם וקבוצות מקושרות, העוסקות בכמויות בדידות, בעיות הגדלה עוסקות בכמויות רציפות, המקשות על התלמידים לייצג אותן באמצעות עצמים או איורים (Langrall & Swafford, 2000).
קושי נוסף הוא, שבניגוד לבעיות האחרות, בעיות הגדלה המנוסחות כמו בדוגמה שצוינה לעיל (תמונה בגודל 6x8 אינץ' הוגדלה כך שהאורך השתנה מ- 8 ל- 12 אינץ'. מהו הרוחב של התמונה החדשה?), ללא ציון מפורש שהתמונה הוגדלה באופן פרופורציונלי, מאפשרות מתן תשובה שאינה קשורה ליחס. ניתן תיאורטית להגדיל רק את האורך ולא את הרוחב. מאידך, ציון מפורש שהתמונה הוגדלה באופן פרופורציונלי, עלול להביא את התלמיד להפעיל נוסחת פרופורציה מבלי להבין את מהות הבעיה.

במהלך הראיון, הסטודנטיות נתנו לקבוצה של 4 תלמידים בגילאי 15-16 את ארבע בעיות הפרופורציה שהוצגו לעיל ובאמת נוכחו לדעת שבעיית ההגדלה היתה הקשה ביותר. בעוד שבבעיות האחרות חלק מן התלמידים ענו תשובות נכונות שהראו הבנה של נושא היחס, בבעיית ההגדלה כולם טעו. 3 תלמידים ענו שהרוחב לא משתנה ותלמידה אחת ענתה שהרוחב יהיה 14 ("כי הוספנו 8 באורך, אז נוסיף 8 ברוחב וזה יוצא 14").

המשימה הבאה שהוטלה על הסטודנטיות, במסגרת הקורס, הייתה לבחור שאלה אחת שבה רוב התלמידים שגו, ולטפל בה באמצעות דיון מתמטי קבוצתי, על-פי העקרונות המוצגים במאמר: Discourse That Promotes Conceptual Understanding (Kazemi, 1998)
ובמאמר: **לשוחח מתמטיקה - מדוע? למה? ואיך?** (רגב ושמעוני, 2000).

השיחה המתמטית

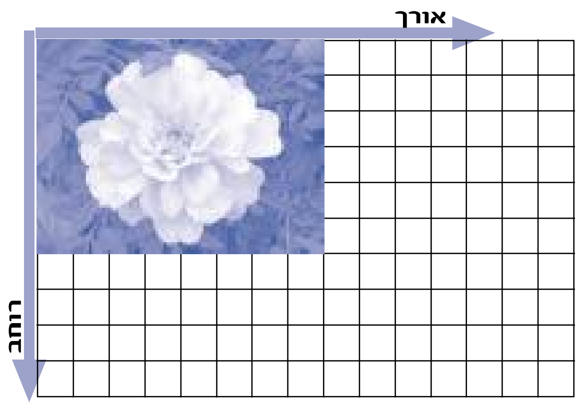
"השיחה המתמטית היא תהליך של הוראה-למידה שבו המורה מנחה את התלמידים לגילוי החוקיות בתופעות מתמטיות" (רגב ושמעוני, 2000). מתוך כך, הדיון המתמטי מאפשר לטפל בהבנה שגויה של תלמידים. כאשר הדיון נעשה בקבוצה קטנה ניתנת לתלמידים האפשרות לשוחח זה עם זה על ההבנות שלהם, ולערוך בירור האם הן נכונות או שגויות. במסגרת כזו המורה משמשת כמנחה בלבד.
מטרת השיחה המתמטית, כפי שרגב ושמעוני מציינות במאמרן: "היא לבנות ידע מתמטי חדש על בסיס ישן ולהגיע להבנה, תוך שימוש במושגים, במבנים ובפעולות מתמטיות, ובאמצעות אסטרטגיות של חשיבה ביקורתית ושל פתרון בעיות. תהליך זה מתאפשר בסביבה לימודית גמישה ומשתנה שבה תפקיד המורה אינו 'להעביר ידע' אלא להנחות את תלמידיו לגלות בעצמם את החוקיות בתופעות המתמטיות, ולבנות ידע מתמטי תקף ומבוסס".
שני המאמרים שצוינו קודם מבהירים כיצד יש לערוך דיון מתמטי שיתבסס על חשיבה ויקדם את ההבנה. הדיון צריך להיות מכוון לתכנים המתמטיים ולעסוק במשמעות ובחתירה להבנה. המורה צריך לעורר את התלמידים לחשיבה על הנושא המתמטי, לשאול שאלות המכוונות להבנה, ולא להסתפק בעידוד, אישור או ביטול, של דברי התלמידים.
רגב ושמעוני, מציגות את מבנה השיחה המתמטית, כמעגלים חוזרים של הדפוס הבא:

- ← המורה: מציגה את הבעיה.
- ← התלמידים: דנים ומעלים השערות בדבר הפתרון.
- ← המורה: שואלת אם הפתרון נכון בעיני המשתתפים.
- ← התלמידים: מאששים השערות שונות ומוצאים מספר דרכים יעילות לפתרון הבעיה.
- ← המורה: מציגה בעיות דומות/ מקבילות/ נגדיות לבדיקת דרכי הפתרון.
- ← התלמידים: בוחנים את הדרכים בעזרת הבעיות.
- ← המורה: מאפשרת לתלמידים "אתנחתות מטא-קוגניטיביות" לחשיבה ורפלקציה.
- ← התלמידים: חושפים את החוקיות המתמטית לאור ההתנסות, החקר והדיון.

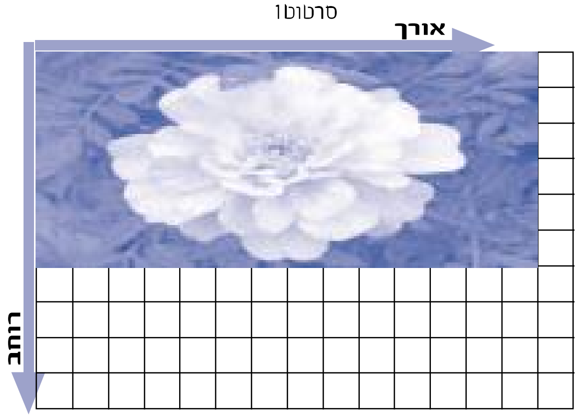
הבולט במבנה זה הוא המידה המעטה שבה המורה מתערבת בשיחה ומלמדת, לעומת המידה הרבה שבה התלמידים חושבים, חוקרים, פותרים ומשוחחים בינם לבין עצמם. זוהי משימה לא קלה למורה - להימנע מהוראה, להתערב כמה שפחות, לדבר רק כדי לעורר את התלמידים לחשוב, ויחד עם זאת, לגרום לכל התלמידים להבין את הנלמד.

עזר הלמידה

הסטודנטיות איה ומרגלית, בחרו לעסוק במסגרת הדיון המתמטי הקבוצתי בבעיית ההגדלה, שהוצגה קודם, ושבה, כל התלמידים שהן ריאיינו שגו. איה ומרגלית חשבו שלא די בעריכת שיחה מתמטית על הנושא, הן תהו - אם כל התלמידים שגו בבעיה זו, מה יכול לגרום להם לשנות את הבנתם? הן החליטו שצריך לספק לתלמידים כלי שבאמצעותו יוכלו לחקור את הבעיה, ולגלות בעצמם כיצד ניתן להגיע לתשובה הנכונה. כפי שצוין קודם, בעיות הגדלה עוסקות בכמויות רציפות המקשות על התלמידים לייצג אותן באמצעות עצמים או איורים. מכיוון שהבעיה שניתנה לתלמידים עסקה בהגדלה של תמונה, הן חשבו שהתנסות בהגדלה והקטנה של תמונה תאפשר לתלמידים לראות את החשיבות של הקשר הפרופורציונלי בין אורכה של התמונה לרוחבה. משום כך הן הכינו עזר למידה ממוחשב, באמצעות קובץ Word שבו יש תמונה המונחת על רשת של ריבועים. גודל התמונה היה 8 ריבועים על 6 ריבועים (סרטוט 1). בעזרת העכבר ניתן היה למתוח את התמונה לאורך, לרוחב, או באלכסון.



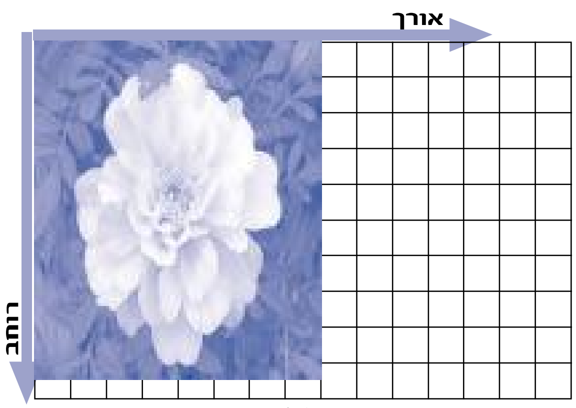
סרטוט1



סרטוט 2

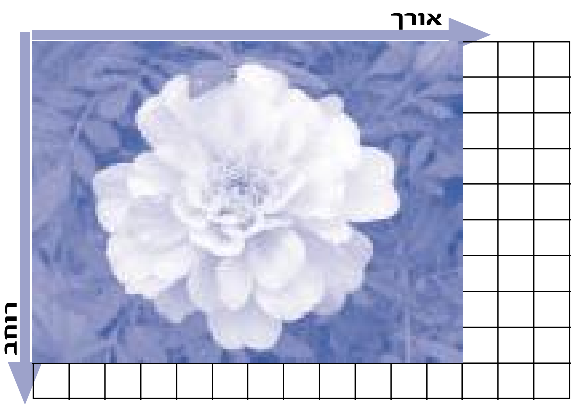
כידוע, אם מותחים בתוכנת Word את התמונה לאורך, רק האורך גדל והתמונה מתעוותת. (סרטוט 2)

באותו האופן, אם מותחים בתוכנת Word את התמונה לרוחב, רק הרוחב גדל והתמונה מתעוותת. (סרטוט 3)



סרטוט 3

רק כאשר מותחים בתוכנת Word את התמונה באלכסון הפרופורציות של התמונה נשמרות. כלומר, התוכנה דואגת שיישאר יחס ישר בין האורך של התמונה לבין רוחבה. (סרטוט 4)



סרטוט 4

איה ומרגלית הציגו לתלמידים שוב את הבעיה ששגו בה במהלך הריאיון, ואפשרו להם לערוך ניסיונות בתמונה שבמחשב.

הדיון הקבוצתי

להלן תיעוד השיחה המתמטית שהתנהלה בין אחת המורות - סטודנטיות לבין קבוצת התלמידים (הסטודנטית השנייה תיעדה את מהלך השיחה). ההבהרות מעידות על כך שמהלך השיעור היה דומה מאוד למבנה שהציעו רגב ושמעוני.

תיעוד השיחה	הבהרות
מ (מורה): יש לי תמונה בגודל של 8 על 6 ס"מ ואני מגדילה את התמונה כך שהאורך משתנה מ- 8 ס"מ ל- 16 ס"מ. מה הרוחב של התמונה החדשה? **מתן:** 6 ס"מ, זה נשאר אותו דבר, כבר שאלת אותנו בריאיון. **מ:** רוצה לבוא להראות לנו במחשב מה עשית? **מתן:** אני לא צריך להראות לך כלום. שאלת על הרוחב ומה שהשתנה זה האורך... אז זהו! הרוחב נשאר אותו הדבר!	■ המורה מציגה את הבעיה. ■ כאמור, בתשובה של מתן יש גרעין של אמת, כי לא נאמר בשאלה שהתמונה הוגדלה באופן פרופורציונלי. מאידך, ניתן להתייחס לכך כאל הנחה סמויה. בכל מקרה, לשם כך ניתן לתלמידים העזר הממוחשב כדי שיבדקו ויגלו בעצמם.
רונית: נכון הוא צודק זה 6 ס"מ. **מ:** רוצה לבוא להראות במחשב? **רונית:** כן, מה הבעיה?!- הנה... (מותחת תמונה באורך מ- 8 ל-16) את רואה? **בת-חן:** כן היא צודקת, אבל עכשיו זה מעוך... **מ:** מה מעוך? **בת-חן:** התמונה... **רונית:** כן זה התארך ונהיה מרוח כזה, אבל מה לעשות זה מה ששאלת...	■ המורה לא מגיבה לדברי מתן ורונית, לא מאשרת או שוללת את דבריהם, רק מבקשת מהם לבדוק במחשב. ■ הבדיקה במחשב מתחילה לעורר אצל הבנות תהייה, בלבול קוגניטיבי. הן צריכות ליישב את הסתירה בין נתוני השאלה לבין התוצאות שהתקבלו בבדיקה במחשב.
שירלי: לא נכון! אני יודעת! בעצם לא. אני לא בטוחה... **מ:** למה?! תגידי... **שירלי:** אם הכפלנו באורך אז נראה לי שגם הרוחב השתנה.... אבל אין לי מושג למה! **מ:** מתן ורונית, אתם מסכימים עם שירלי? **מתן:** לא! אמרת רוחב ולא אורך ושינית רק את האורך. **רונית:** נראה לי שהיא כן צודקת, כי ככה התמונה תיראה יותר נורמלית. הנה תראה (מאריכה עוד 5 ברוחב) הנה! אתה רואה? זה כבר יותר הגיוני.	■ שירלי, מעלה השערה שהשינוי צריך להיות בשני הממדים. ■ המורה מבקשת מהתלמידים לאשר את ההשערה ששירלי העלתה. ■ רונית בודקת את נכונות ההשערה מול המציאות שבמחשב.
מ: האם באמת צריך להאריך רק ב- 5 ? אולי יותר? אולי פחות? בת-חן, מה את אומרת? **בת-חן:** לא יודעת...שירלי צודקת, אבל לא יודעת למה.	■ המורה מציגה שאלה פתוחה לבדיקת דרך הפתרון. היא לא רומזת ולא מכוונת. היא גם מחזירה את בת-חן אל מעגל השיחה.
שירלי: (כותבת בדף שלה) הנה! עשיתי! התשובה זה 8. **מ:** מה 8? תסבירי!	■ המורה מבקשת משירלי להסביר לתלמידים האחרים את דרך החשיבה שלה.

שירלי: צריך להגדיל את הרוחב ב- 8, ויוצא ... רגע... 14 ס"מ! **מ:** למה? **שירלי:** כי הגדלנו באורך ב- 8, אז גם ברוחב צריך להגדיל ב- 8! נכון שאני צודקת? (רונית מתקנת בינתיים במחשב ל- 14.) **מ:** מתן ובת-חן אתם מסכימים עם שירלי?	■ שירלי מבקשת אישור לפתרון השגוי שלה. ■ המורה מעבירה את האחריות לבדיקת נכונות התשובה, לתלמידים האחרים, ולא מאשרת או שוללת את התשובה של שירלי.
בת-חן : אני לא יודעת... זה נראה לי הגיוני עכשיו, התמונה דווקא בסדר ... בערך ... **מתן:** אני מבין לפי ההיגיון ששירלי צודקת, אבל לפי מה ששאלת זה נשאר 6 ס"מ וזהו! **מ:** אתה בטוח? אולי אתה רוצה להסביר למה שירלי צודקת לפי ההיגיון? **מתן:** למה? זו שאלה טיפשית! לפי ההיגיון זה לפי ההיגיון! **מ:** אז למה בכל זאת אתה חושב שזה צריך להישאר 6 ס"מ? **מתן:** לא יודע ...(חושב).	■ בת-חן מסתמכת על הדוגמה המוצגת במחשב, היא לא מנסה לחפש הצדקה מתמטית לתשובה של שירלי. ■ מתן מתחיל להיות בבלבול קוגניטיבי. קשה לו לסגת מהדעה הנחרצת שהביע קודם, אבל המציאות המוצגת במחשב מראה לו שייתכן וטעה. ■ המורה מבקשת ממתן לעשות מטה-קוגניציה (חשיבה על החשיבה).
רונית: שירלי צודקת, אבל לא לגמרי כי זה לא 8... **מ:** מה לא 8? **רונית:** לא מגדילים ב- 8...(משחקת בתמונה במחשב ובוחנת רחבים שונים). **מ:** אז בכמה מגדילים? **רונית:** או ב- 6 או ב- 7... רגע! לא! ... כן! בעצם כן ... **מ:** ולמה? **רונית:** כי אני רואה במחשב...הנה תראי! רק ככה זה נראה הגיוני.	■ הניסויים במחשב מאפשרים לבדוק את ההשערה של שירלי שהשינוי צריך להיות בשני הממדים. ■ רונית מציעה לקבל את ההשערה של שירלי אבל לא את התשובה המספרית שלה. הניסויים שהיא ערכה מביאים אותה להציע מספר אחר, אבל התשובה שלה מבוססת על הדוגמה ולא על הבנת הקשר המתמטי שבין האורך לרוחב.
מתן: רגע! נראה לי שהבנתי! זה...חכי... (מחשב בראש) זה ב- 6? יכול להיות? **מ:** איך עשית? **מתן:** אבל זה נכון? **מ:** תסביר מה עשית? **מתן:** קודם תגידי לי אם זה נכון או לא? **בת-חן:** כן! זה נכון. **מ:** אולי בכל זאת תסביר?	■ דווקא מתן בודק את ההשערה של שירלי באופן מתמטי על-ידי חישוב בראש. ■ הוא רוצה אישור מהמורה, אבל היא מתעקשת שיסביר את דרך החשיבה שלו. היא נמנעת לקחת אחריות על הלמידה של התלמידים ודורשת מהם להתמודד בעצמם.

שירלי: אני רוצה להסביר! זה ב- 6 כי זה כפול ולא ועוד כמו שעשיתי.	■ שירלי מתקנת בעצמה את החשיבה השגויה שלה. היא מסבירה את החוקיות המתמטית לאור ההתנסות והדיון.
מתן: כי כל 4 צעדים שאני הולך באורך אז אני הולך 3 ברוחב, והוספתי באורך עוד שתי פעמים של 4 צעדים, כי הלכתי עד ל- 16 מ- 8. וזה 8 צעדים, וחילקתי ל- 4 ויצא לי שתי פעמים של 4 צעדים, ואז גם הולכים שתי פעמים של 3 צעדים, ואז מוסיפים 6 ומגיעים ל... **שירלי:** 13...לא, 12 ס"מ... אני צודקת? **מתן:** כן 12 ס"מ! **רונית:** וואלה! איזה גאון!	■ גם מתן מכליל את מה שהבין ומנסח את רעיון הפרופורציה, אבל עושה זאת דרך הדוגמה הספציפית שבה הם עוסקים. ■ אנו רואים כאן כיצד התלמידים עוזרים זה לזה בחשיבה, כיצד חצי תשובה של תלמיד אחד מביאה להשלמת התשובה על-ידי תלמיד אחר, וכל זה ללא התערבות המורה.
מ: כולם מסכימים אתו? **כולם:** כן! **מ:** רוצה להסביר לנו מה הבנת, בת-חן ? **בת-חן:** שעושים כפול ולא ועוד... **מ:** תסבירי ביותר פירוט. **בת-חן:** כמו שהלכנו ברוחב, לא סליחה, באורך, בכפולות של 4, אז הולכים ברוחב בכפולות של 3 באותו מספר של פעמים של הכפולות של ה-4, כדי שהתמונה לא תצא לנו מעוכה ודפוקה כזאת.	■ המורה שוב מבקשת מהתלמידים לאשר זה את פתרונו של זה, אבל לא מסתפקת בתשובה "כן". היא מבקשת הסבר. ■ ההסבר של בת-חן יכול להיות שינון של מה ששמעה קודם משירלי. המורה רוצה לוודא שבת-חן הבינה. ■ גם בת-חן מנסחת את רעיון הפרופורציה.
רונית: רגע! לא הבנתי... מה אמרת? **בת-חן:** הנה, תראי (מראה במחשב - מחזירה למצב ההתחלתי ומראה קודם התקדמות באורך ואחר כך ברוחב.) קודם הלכנו באורך עוד 2 פעמים 4 וזה 4 קבוצות של 4, 16, והלכנו מה- 8 עד ל- 16 אז נוספו עוד 2 פעמים, אבל לא 4 אלא 3, את רואה? מה- 6 ל- 12 יש עוד פעם 4 קבוצות אבל של 3. **רונית:** אבל למה 3?! עשינו 4 באורך אז צריך גם 4 ברוחב! **מ:** מה הכוונה? **רונית:** נעשה 2 פעמים 4 ולא 2 פעמים 3! (פונה לבת-חן) אני לא מבינה מאיפה הבאת את ה- 3?!	■ רונית מרגישה מספיק בטוחה במסגרת הקבוצה להביע את חוסר הבנתה. ■ היא הצליחה להתמודד עם הבעיה רק במסגרת ההמחשה במחשב, אבל לא מבינה את רעיון הפרופורציה. פעילות עם עזר המחשה לא תמיד עוזרת לתלמיד להבין את הכלל המתמטי. ■ המורה מעודדת את רונית לפחות לנסח את הדילמה שלה באופן ברור יותר.

מתן: מה את לא מבינה?! את לא רואה שב"רגיל" שהיה לנו בהתחלה אז על כל 4 צעדים באורך יש 3 צעדים ברוחב?! (מצביע על האורך) אז פה (מצביע על הרוחב) נרד 2 פעמים של 3. **רונית:** אה... **מ:** אז רונית, לסיכום את רוצה להסביר מה הבנת? **רונית:** כמו שמתן אמר. **מ:** אולי תפרטי? **רונית:** שאם פה (מצביעה על האורך) עשינו עוד 2 צעדים אז גם פה (מצביעה על הרוחב) נעשה 2 צעדים אבל אחרים, כי באורך הצעדים זה של 4 ס"מ ופה (מצביעה על הרוחב) זה צעדים של 3 ואז נגיע ל- 12. **מ:** תודה רבה לכולם	■ רונית נראית כאילו הבינה, אבל המורה לא לוקחת סיכון. היא רוצה לוודא שהיא אכן הבינה. ■ ההסבר של רונית סגר את המעגל. כל אחד מהתלמידים הסביר במילים שלו מדוע התשובה היא 12. חלקם גם הסבירו את התפיסה השגויה שלהם (צריך לעשות כפול ולא ועוד). ■ לאחר שהמורה וידאה שכולם הבינו היא סיימה את השיחה המתמטית.

הדיון המתמטי הקבוצתי שתואר כאן, מגלה מספר דברים:

א. ניתן לקיים דיון קבוצתי כמעט ללא התערבות של המורה. המורה לא חייבת לאשר לתלמידים אם תשובתם נכונה או שגויה, אלא יכולה לבקש מהם לבדוק בעצמם או לדון זה עם זה. היא לא חייבת לתת רמזים, אלא רק לשאול שאלות מכוונות ולהקפיד שכולם ישתתפו בדיון, ושכולם יבינו את משמעות התשובה שהתקבלה.

ב. עזר הלמידה הממוחשב סיפק כלי שבאמצעותו התלמידים הצליחו לתקן את ההבנה השגויה שלהם, בקשר לבעיות הגדלה. הוא אפשר להם, לא רק למצוא את הפתרון לבעיה הספציפית שהוצגה להם, אלא להגיע להכללה ולהבין שבמצבים של הגדלה צריך להפעיל כפל ולא חיבור, על מנת לשמור על הפרופורציה בין הממדים של התמונה. עם זאת, פתרון בעזרת עזר המחשה בלבד אינו מספיק. יש תלמידים שיגיעו לתשובה הנכונה אך לא ידעו להכליל וליישם את העיקרון בבעיה חדשה. לשם כך נדרש הדיון הקבוצתי. השילוב בין השניים הוא המפתח להצלחה.

ג. כל התלמידים שינו את הבנתם כתוצאה מהדיון וההתנסות. הם מצאו דרך לבדוק אם תשובתם נכונה או שגויה, וכתוצאה מהדיון וההתנסות היו מסוגלים להסביר ברמה מוכללת מדוע זהו הפתרון הנכון. השילוב בין עזר הלמידה לדיון הקבוצתי היה מענה טוב לטיפול בשגיאות של התלמידים.

מקורות

צמיר, פ' וברקאי, ר' (2005). **שימוש בשגיאות בהוראת מתמטיקה: תיאוריה ויישום.** אונ' תל-אביב: הוצאת רמות.

רגב, ח' ושמעוני, ש' (2000). **לשוחח מתמטיקה - מדוע? למה? ואיך? עלון למורה המתמטיקה, על"ה 25.** המרכז להוראת המדעים, האוניברסיטה העברית, ירושלים.

Kazemi, E. (1998). Discourse That Promotes Conceptual Understanding. *Teaching Children Mathematics* , *4 (7)*. 410-414.

תרגום לעברית: מיכל סוקניק. אתר מרכז המורים הארצי למתמטיקה בחינוך היסודי והקדם יסודי

Langrall, C. W., & Swafford, J.(2000).Three Balloons for Two Dollars: Developing Proportional Reasoning. *Mathematics Teaching in the Middle School,6.(4)*. 254-261.

תרגום לעברית: ברכה סגליס. אתר מרכז המורים הארצי למתמטיקה בחינוך היסודי והקדם יסודי

Lamon, S. J. (1993)."Ratio and Proportion: Connecting Content and Children's Thinking *journal for Research in Mathematics Education, 24*. 41-61.

על מחברת המאמר:

ברכה סגליס

חברה בצוות מרכז המורים הארצי למתמטיקה בחינוך היסודי, מרצה במכללת שאנן ובחוג להוראה באוניברסיטת חיפה