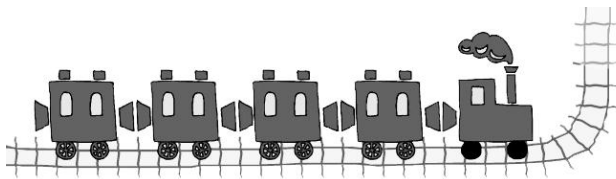


פתרונות לשאלות מהאולימפיאדה מגיליון 14 (אולימפיאדה למתמטיקה בתל-אביב יפו)

מירי בן-ארי

שאלה 2

אחרי התחנה הראשונה יהיה ברכבת נוסע אחד.
אחרי התחנה השנייה יהיו ברכבת 3 נוסעים.
אחרי התחנה השלישית יהיו ברכבת 6 נוסעים.
כאשר ממשיכים מגיעים לכך שאחרי 12 תחנות לא יהיו יותר מקומות ישיבה ברכבת.
דרך נוספת לפתרון: למעשה אנו עוסקים בסכום המספרים הטבעיים: $1+2+3+\dots$ ורוצים לבדוק כמה מספרים צריך לחבר כדי לקבל 78.
על-פי גאוס ידוע, שאפשר לחלק סדרת מספרים טבעיים סופית לזוגות שכמום זהה. מספר הזוגות יהיה מחצית מערכו של המספר האחרון בסדרה. נניח שהמספר האחרון בסדרה הוא a . סכום הזוג הראשון $(a+1)$ ייצג את כל אחד מזוגות המספרים בסדרה שכמום שווה.
מספר הזוגות הוא $\frac{a}{2}$. לכן, $a(a+1)=78 \times 2=156$. כלומר, צריך למצוא שני מספרים עוקבים שמכפלתם 156. המספרים הם 12 ו-13. מכאן, ידוע שאחרי התחנה ה-12 לא יהיו מקומות ישיבה ברכבת.



שאלה 3

במספר 30 מופיעות כפולות ה-5 הבאות: 5,10,15,20,25,30.
כל אחת מהכפולות כוללת את הגורם 5 פעם אחת, פרט ל-25 שהגורם 5 נמצא בו פעמיים. מכאן שב-30 הגורם 5 יופיע 7 פעמים.

שאלה 1

מנתוני השאלה ידוע:
א. לענת ולבר יש ביחד 12 שקלים.
ב. לבר ולקרן יש ביחד 18 שקלים.
ג. לענת ולקרן יש ביחד 10 שקלים.

מהנתונים א ו-ב אפשר להסיק שלענת יש ב-6 שקלים פחות מאשר לקרן. ידוע גם שלשתיהן ביחד יש 10 שקלים. אפשר להגיע בעזרת ניסוי וטעייה או בעזרת התרגיל $2:(6-10)$ לפתרון: לענת יש 2 שקלים, ולקרן יש 8 שקלים. מכאן שלבר יש 10 שקלים.
אפשר להגיע לפתרון גם על-ידי בדיקת כל האפשרויות (בהנחה שיש לכל הבנות מספר שלם של שקלים). לדוגמה: אם לענת ולבר יש ביחד 12 שקלים, האפשרויות לסכומי הכסף שיש לכל אחת מוצגות בטבלה:

| | | | | | | | | | | | | | |
|-----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| ענת | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| בר | 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |

אפשר לבדוק כל אפשרות, האם היא מקיימת את שלושת נתוני השאלה. לדוגמה, נבדוק את האפשרות שיש לענת שקל אחד ולבר 11 שקלים. במקרה זה על-פי נתון ב יהיו לקרן 7 שקלים. אבל אז לענת ולקרן יהיו ביחד 8 שקלים ולא 10 שקלים, כפי שמתבקש בנתון ג. בדרך זו בודקים את האפשרויות עד שמגיעים לאפשרות היחידה המקיימת את כל שלושת נתוני השאלה.

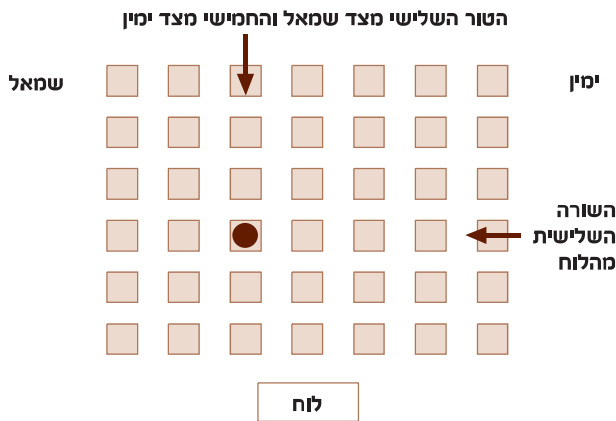
שאלה 4

אורך השביל מבית הספר לגן השעשועים הוא חצי ק"מ. אם ארנון גר במחצית הדרך, הרי שהוא גר במרחק 250 מ' מבית הספר ומגן השעשועים. אם רענן גר במחצית הדרך מביתו של ארנון לגן השעשועים- הרי שהוא גר במרחק של 125 מ' מביתו של ארנון. אפשר להגיע לפתרון על-ידי המרת חצי הק"מ ל- 500 מ' בשלב הראשון של החישובים, או על-ידי חלוקת השלם (אורך השביל מגן השעשועים לבית הספר) ל- 2 חלקים שווים ושוב לשני חלקים שווים ולחשב את הרבע של חצי ק"מ.



שאלה 6

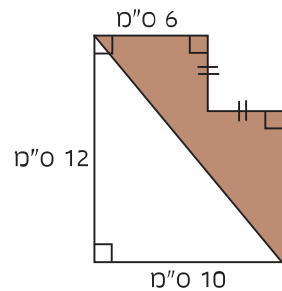
מנתוני השאלה אפשר לסרטט את השולחנות בכיתה:



מתוך הנחה שכל השורות וכל הטורים מלאים, מקבלים 6 שורות ו-7 טורים. בסך הכל 42 שולחנות.

שאלה 5

אם נשלים למלבן נקבל שטח של 10×12 שזה 120 סמ"ר. שטח מוחצית המלבן הוא 60 סמ"ר. ניתן לדעת שהצלע הקצרה המקבילה לצלע של 10 ס"מ (מסומנת בשני קווים) אורכה הוא 4 ס"מ (10-6). הצלע הניצבת לה מסומנת באותו סימון, כלומר, שווה לה באורכה. לכן שטח הצורה הצבועה יהיה $60 - 4 \times 4 = 44$.



שאלה 7

- 80 ש"ח ניתן לשלם: $1 \times 20 + 1 \times 50 + 1 \times 10$
- 32 ש"ח ניתן לשלם: $2 \times 1 + 1 \times 20 + 1 \times 10$
- 62 ש"ח ניתן לשלם: $1 \times 2 + 1 \times 50 + 1 \times 10$
- 52 ש"ח ניתן לשלם: $1 \times 2 + 1 \times 50$
- 42 ש"ח ניתן לשלם רק בשטר של 50 וצריך לפרוט אותו.