טיול מתמטי בעכו

ג'רי (גרשון) רוזן, בית הספר התיכון למדעים ואומנויות, גליל מערבי

המצודה בעכו העתיקה היא אחד משני המבנים הבולטים והחשובים בעיר. מבנה המצודה הוא המבנה הגדול ביותר בשטחו בעיר והוא מכיל שרידים של מבצר צלבני. המבצר נבנה על-ידי מסדר האבירים ההוספיטלרים במאות ה- 12 וה- 13. מטרת אבירי מסדר זה הייתה אירוח הצליינים שעלו לעיר הקודש והגשת עזרה רפואית להם. מעל שרידי המבצר הצלבני נבנתה במאות ה- 18-19 המצודה העותומנית הגדולה, שהייתה הגדולה והחשובה במבצרי השלטון העותומני בארץ ונשתמרה בשלמותה.

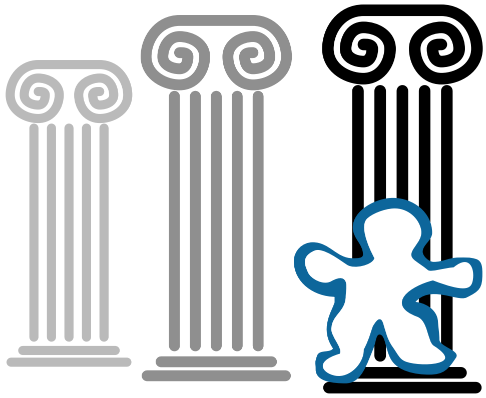
במבצר הצלבני נשתמרו השרידים השלמים והמרשימים ביותר של מבצר צלבני בארץ. באגף הדרומי של המבצר נחשפו אולמות האבירים, ביניהם אולם מפואר הבנוי קמרונות צולבים, הנישאים על עמודי ענק גליליים, בעלי קוטר גדול במיוחד. עמודים אלו ישמשו אותנו בחקירה המתמטית, אותה נערוך במקום.

החקירה, שיבצעו התלמידים, תתבצע בעזרת יחידות מידה שהן אברי גוף של התלמידים, ובעזרת פעולות "חיבוק ומישוש", לצד אומדן וחישובים.

בדרך כלל, כדי לגלות את יחס ה-π, נהוג למדוד, בעזרת יחידת מידה שגרתית כגון מטר, עיגולים שונים בגודלם, ולהשוות את היחסים המתקבלים בין אורך היקף המעגלים לאורך הקוטר שלהם. לדעתי, הרבה מהקסם של הגילוי המתמטי אובד כשאנו משתמשים ביחידות המידה המקובלות. התלמידים עלולים להסיק שהיחסים המתגלים בין האורכים קשורים ליחידות המידה שהשתמשו בהן.

במקום להשתמש בעיגולים בגדלים שונים וביחידת מידה קבועה ושרירותית לחקירת ה-π, נשתמש בטיול זה בעמודי הענק שקוטרם שווה, וביחידות מידה שונות.

מאחר ואת סרט המידה המטרי לא לקחנו לטיול, נבקש מהתלמידים להציע יחידות מידה בהן יוכלו למדוד את היקף העמודים. אחת האפשרויות היא יחידת המידה שתקרא "חיבוק". נבקש מהתלמידים ל"חבק" את עמודי הענק ולמדוד לכמה "חיבוקים" כל אחד מהתלמידים זקוק, על מנת להקיף את העמוד. נגדיר "חיבוק" כמרחק בין שתי כפות הידיים כשהזרועות פרושות ומתוחות לצדדים. (ראו איור 1).



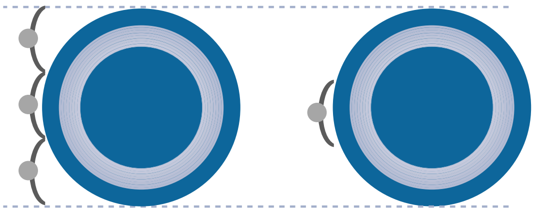
איור 1

ברור, שתלמידים שונים, בעלי אורך זרועות שונה, יקבלו תוצאות שונות במדידה זו.

לאחר מכן, נבקש מהתלמידים ליצור שני קווים מקבילים המשיקים לשני עמודים.

המרחק בין שני הקווים המקבילים יהיה אורך הקוטר של בסיס הגליל. גם אורך זה ימדדו התלמידים באותה יחידת מידה שהוגדרה "חיבוק" (ראו איור 2).

הערה: חשוב שכל תלמיד ימדוד את היקף העמוד ב"חיבוק" שלו, וכן את המרחק בין הקווים המקבילים.



איור 2

בשלב הבא נבקש מהתלמידים לאמוד פי כמה גדול היקף העמוד מהקוטר שסימנו.

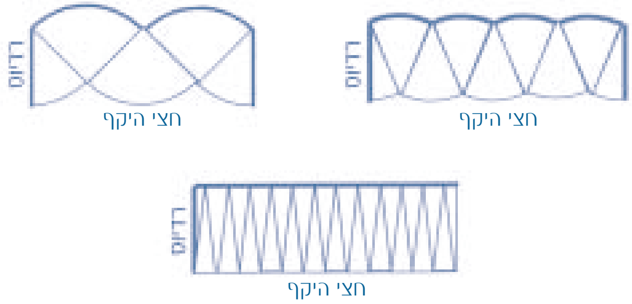
כאן חשוב להביא למודעות של התלמידים, שבכל יחידות המידה שהשתמשו - "חיבוקים" שונים של ילדים שונים, נמוכים וגבוהים, בעלי ידיים ארוכות וקצרות, או יחידות מידה אחרות, תמיד נמצא שההיקף גדול ב"קצת יותר" משלוש פעמים הקוטר.

לאחר מכן נוכל, בעזרת מחשבון, להשוות את ה"קצת יותר" שהתקבל אצל כל אחד מהילדים, ולהשוות גם לערכים של π.

לאחר הפעילות, הדיון והסקת המסקנות מגיע תורה של הארוחה בטיול.

כאחד ממרכיבי התפריט בארוחה אני מציע את משולשי הגבינה המופיעים באריזות קרטון בצורת עיגול.

את משולשי הגבינה נוכל לסדר בצורת מקבילית על-ידי כך שנניח לסירוגין את בסיסו של כל משולש ליד הקודקוד של המשולש שלידו. (בדרך זו חקר ליאונרדו דה-וינצ'י את שטחו של המעגל במאה ה- 16). אם נחתוך את המשולש הקיצוני לאורך ציר הסימטריה שלו לשני משולשים, ונניח כל אחד מהמשולשים שקיבלנו משני צידי המקבילית, הרי שנקבל "כמעט מלבן". נוכל להמשיך ולחתוך את כל המשולשים לחלקים קטנים יותר, ובכך להתקרב יותר ויותר למלבן, שרוחבו שווה לרדיוס המעגל ואורכו שווה לחצי היקף המעגל (ראו איור 3).



איור 3

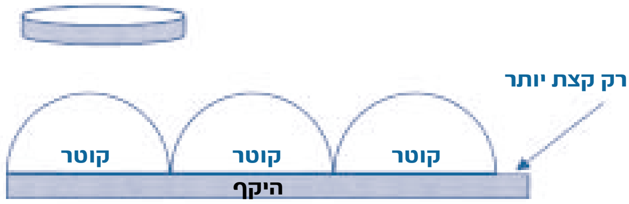
גם עבור ליאונרדו דה וינצ'י, השיטה של הערכת שטחו של המעגל על-ידי הקטנת היחידות שוב ושוב, לא הייתה חדשה. ארכימדס השתמש בשיטה דומה 2000 שנה לפני ליאונרדו.

לאחר שנאכל את משולשי הגבינה, נשתמש באריזה העגולה לצורך חקירה נוספת.

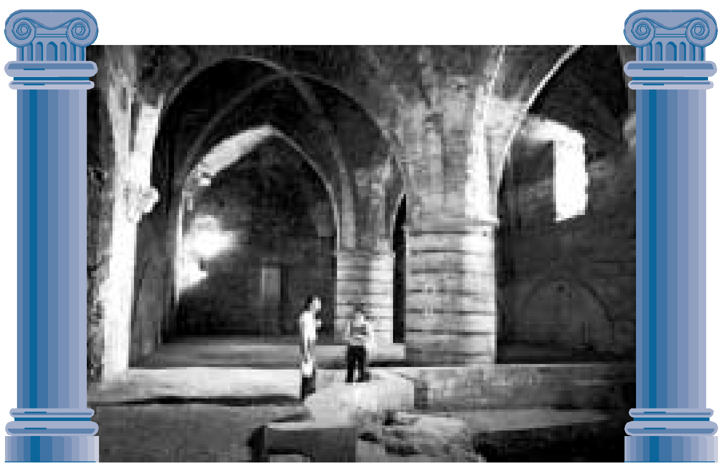
נבקש מהתלמידים לצייר על גיליון נייר שלושה עיגולים שווים, על ידי ציור היקף האריזה של הגבינה. לאחר שנגזור את העיגולים נקפל כל אחד מהם בצורה מדויקת לשני חצאים. קו הקיפול שנקבל יהיה קוטר העיגול.

אם האריזה עשויה מקרטון רך, נוכל לקלף את השוליים שלה, לפתוח וליישר אותם. שוליים אלו ייצגו את היקף המעגל. אם הקופסה עשויה מחומר קשה, שאיננו ניתן ליישור, נקיף את השוליים בעזרת פס קרטון דק שייצג את ההיקף.

את חצאי העיגולים נניח זה לצד זה לאורך פס הקרטון המייצג את ההיקף (ראו איור 4). גם כאן נבחין שההיקף גדול ב"קצת יותר מ- 3 פעמים" מהקוטר.



איור 4

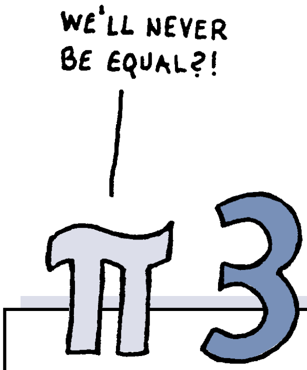


על מנת לחקור את גודלו של ה"קצת יותר מ 3 -פעמים" נוכל להציע את השאלות הבאות, ואולי גם להכין מעגלים והיקפים נוספים ולבדוק:

א. לכמה חצאי עיגולים נזדקק אם נניח 10 היקפים על קו ישר ברצף, אחד ליד השני? (התשובה תהיה בערך 31.5, כי ערכו של π הוא בערך 3.15).

ב. לכמה חצאי עיגולים נזדקק אם נניח 100 היקפים על קו ישר ברצף, אחד ליד השני? (התשובה תהיה קצת יותר מ- 314 כי ערכו של π הוא קצת יותר מ- 3.14).

ובסופה של הפעילות נחזור לכיתה שבעים ומרוצים, כאשר חוויית מציאת המספר π בעזרת ידינו בלבד, מעניקה משמעות למספר מיוחד זה.



1.24 טריליון ספרות אחרי הנקודה

חוקרים הצליחו לחשב את ערכו של π עד ל- 1.24 טריליון ספרות אחרי הנקודה העשרונית - פי שישה בהשוואה למספר הספרות שחושב עד כה.

לפי מאקודו קודו מהמרכז לטכנולוגית מידע באוניברסיטת טוקיו, פרופ' יאסומזה קאנאדה וחוקרים אחרים ביצעו את החישוב בעזרת מחשב של חברת היטאצ'י.

π הוא היחס בין היקף המעגל לבין הקוטר שלו. בדרך כלל נהוג לומר שהערך שלו 3.14. אולם למעשה מספר הספרות שאחרי הנקודה העשרונית של המספר הוא אינסופי. לחישוב החדש אין השלכות מעשיות, אולם לטענת כמה חוקרים הוא עשוי לסייע בשיפורן של שיטות חישוב.

הצוות של פרופ' קאנאדה עבד על התוכנה שעשתה את החישוב במשך חמש שנים. "זה מדהים ומעורר השתאות", אמר דיוויד ביילי, הטכנולוג הראשי של מרכז המיחשוב המדעי במעבדת לורנס בברקלי. "ההישג החישובי הוא עצום, לא רק בהיקף שלו אלא גם בשיטה החדשנית שבה השתמשו החוקרים. המחשב שבו הם השתמשו לא היה יכול לבצע את החישוב בשיטות הקיימות". מחשב העל של היטאצ'י מסוגל לבצע שני טריליון פעולות חישוב בשנייה.

באדיבות hayadan.org.il