

מפגש מספר 7**ברפת**

אוניברסיטת חיפה

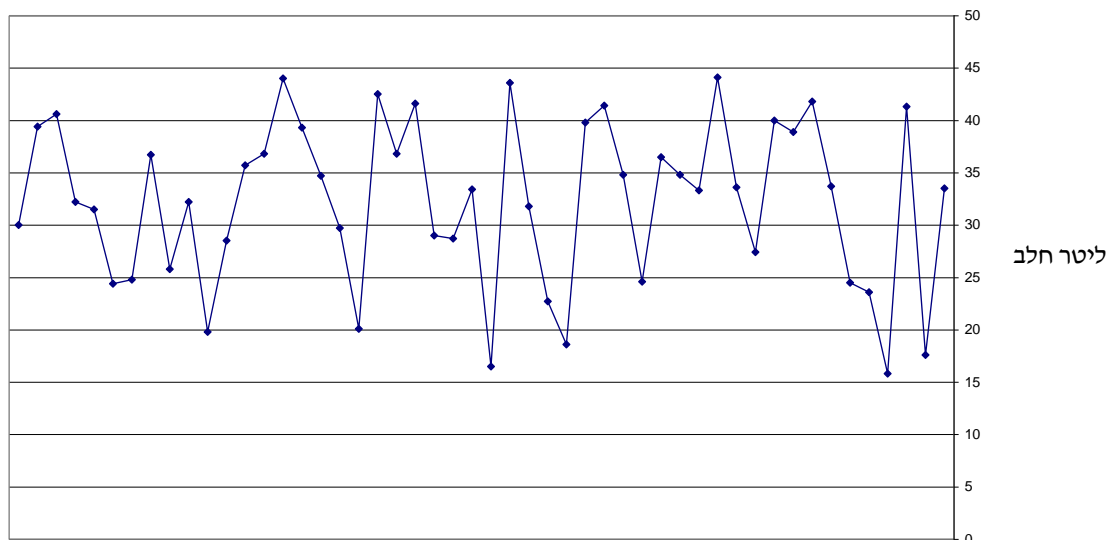
תוכן המפגש	מדדים סטטיסטיים.
רשימת מושגים סטטיסטיים שנלמדים בפעילות	מדדי מרכז: ממוצע, שכיח, חציון.
זמן משוער לפעילות	שעה וחצי.
מטרות	הכרות עם מדדי המרכז דרכי חישובם ותכונותיהם.
חומרים ועזרים דרושים	מחשב עם תוכנת אקסל, וחיבור לאינטרנט.

תיאור סיטואציה: ברפת

בביקורנו ברפת קיבלנו את המידע על כמויות החלב שמניבות הפרות. הרפתן ביקש מאיתנו לתת לו תמונה על הרפת שלו, הוא טוען שכמות המזון שהפרה מקבלת היא פונקציה של כמות החלב שהיא נותנת, והכדאיות הכלכלית של הפרה מותנית בכמות מינימלית של 17 ליטר חלב ביום. לצורך החלטות בנוגע להזנה ולכדאיות הרפת הוא מבקש לקבל תמונה על רפת החלב שלו.

להלן כמויות החלב (בליטרים), של 50 הפרות שברפת: 41.8, 33.7, 24.5, 23.6, 15.8, 41.3, 17.6, 33.5, 33.4, 16.5, 43.6, 31.8, 22.7, 18.6, 39.8, 41.1, 34.8, 24.6, 36.5, 34.8, 33.3, 44.1, 33.6, 27.4, 40, 38.9, 24.8, 36.7, 25.8, 32.2, 19.8, 28.5, 35.7, 36.8, 44, 39.3, 34.7, 29.7, 20.1, 42.5, 36.8, 41.6, 29, 28.7, 24.4, 31.5, 32.2, 40.6, 39.4, 30. הגרף הבא מציג את כמויות החלב:

כמות חלב לפרה בליטר ליום



מהלך השיעור

הערות, דגשים ונושאים לדיון	הנחיות למורה לביצוע התהליך	התהליך
<p>יציאה מידע קודם הקיים אצל המשתלמים בנוגע להצגת נתונים. לדוגמא: הצגה גרפית, טבלאות שכיחות ומדדי מרכז ופיזור.</p>	<p>באיזה אופן ובאילו דרכים וכלים הידועים לכם כדאי להשתמש כדי לתת לרפתן תמונה על רפת החלב שלו?</p>	<p>1. העלאת הצעות לצורך מתן תמונה לרפתן בנוגע לכמויות החלב ברפת שלו.</p>
<p>דונו בדרך החישוב וברמת הדיוק הרצויה. כדי לתת לרפתן מידע לגבי קבוצות הזנה של הפרות על פי תנובת החלב, הכינו טבלת שכיחויות בה הנתונים מקובצים בקבוצות בעלות רוחב שווה.</p>	<p>חישוב ממוצע מסדרת מספרים נתונה. כיוון שלכל פרה תנובת חלב שונה ליממה, אין אפשרות להשתמש בטבלת השכיחויות המציגה נתונים כמותיים בדידים. בקשו הצעות לארגון אחר של הנתונים בטבלת שכיחויות – בסופו של תהליך הציעו את הטבלה המוצגת בהמשך.</p>	<p>2. חישוב ממוצע החלב לפרה ביממה.</p>
<p>מילוי טבלת שכיחות כאשר הנתונים הם מסוג משתנים כמותיים רציפים. גבולות הקבוצה: גבול עליון וגבול תחתון. רוחב קבוצה. אמצע קבוצה.</p>	<p>בקשו מהמשתלמים לארגן את המידע על כמויות החלב בטבלת השכיחות הבאה. בשלב זה מומלץ לעבוד בעזרת המחשב בתוכנת אקסל. את הטבלה להכין במחשב ולהפיק את המדדים באמצעות הפונקציות המתאימות בתוכנה.</p>	<p>3. ארגון הנתונים.</p>

הערות, דגשים ונושאים לדיון	הנחיות למורה לביצוע התהליך						התהליך
	טבלת שכיחויות – כמויות חלב (בליטרים) לפרה ביממה :						
							אמצע הקבוצה
	40-44	35-39	30-34	25-29	20-24	15-19	כמות חלב (בליטרים)
							מספר פרות (שכיחות)
							שכיחות יחסית (שבר)
							שכיחות יחסית (%)
							שכיחות מצטברת
							שכיחות מצטברת (%)
משמעות ערך הממוצע שחושב מסדרת הנתונים הראשונית, ומשמעות ערכו שחושב בטבלת השכיחויות.	חישוב הממוצע והשוואתו לממוצע שחושב בתחילת השיעור.						4. חישוב הממוצע מטבלת השכיחויות בה הנתונים מקובצים בקבוצות.
דרך חישוב החציון. כאשר סדרת הנתונים בעלת מספר זוגי / אי זוגי של ערכים.	מהו החציון?						5. חישוב החציון.
דרך מציאת השכיח	מהו השכיח?						6. מציאת השכיח.
המשמעות של כל מדד והאפיון השונה שלו את הנתונים.	בחרו את המדד המאפיין ביותר את תנובת החלב .						7. בחירת המדד המאפיין את תנובת החלב ברפת כולה.
שיקולים בבחירת מדד לייצוג הנתונים, לצורך מטרה מסוימת.	הרפתן אמר לנו שפרה המניבה פחות מ-17 ליטר ליממה לא כלכלית עבורו. בחר מדד לאפיין את הנתונים כך שהרפתן ילמד ממנו על רמת התנובה של הפרות						8. בחירת המדד העונה לאילוף מסוים.

הערות, דגשים ונושאים לדיון	הנחיות למורה לביצוע התהליך	התהליך
<p>הצעות למדד אחר לאפיין את הנתונים כמו למשל אמצע הטווח.</p>	<p>שלו.</p>	
<p>תכונות המדדים – הבנת היתרונות והמגבלות של מדדים, כמייצגים קבוצת נתונים.</p> <p>ממוצע: מבוסס על כל הנתונים, מושפע מערכים קיצוניים, לפעמים נותן מספר שאינו אחד מערכי הקבוצה.</p> <p>חציון: אינו מבוסס על כל נתונים הסדרה, אינו מושפע מערכים קיצוניים, חישובו פשוט וקל לקבוע אותו.</p> <p>שכיח: אינו מושפע מערכים קיצוניים, לפעמים אין שכיח או שיש יותר מאחד, חשיבותו כשיש תופעה בעלת נטייה לערך מסוים, מייצג את מיקום ריכוז הנתונים הגדול ביותר.</p>	<p>בבחירת המדד יש להתחשב בתכונות המדדים, במטרה עליה רוצים ללמוד מהנתונים, ובאוכלוסיית המדגם.</p> <p>כדי ללמוד האם וכיצד שינוי בערך אחד או יותר משפיע על הממוצע והחציון של סדרת ערכים, ניתן להיעזר ביישומון הנמצא בכתובת הבאה:</p> <p>http://standards.nctm.org/document/eexamples/chap6/6.6/index.htm</p> <p>הסבר על היישומון ודרך הפעלתו נמצא בנספח בסוף השיעור.</p>	<p>9. סיכום.</p>

תרגיל

1. בטבלה הבאה נתון מספר הסיגריות שאדם מעשן במשך 30 ימים, להלן התוצאות:

מספר הימים	8	7	6	5	2	2
מספר סיגריות	20	22	24	26	28	30

א. מהו המשתנה ומהי השכיחות?

ב. מהו השכיח?

ג. מהו החציון?

ד. מהו ממוצע מספר הסיגריות ליום שהאדם מעשן?

2. נתונים המספרים הבאים: 5, 5, 6, 10, 13, 15. איזה מספר יש לצרף אליהם כדי:

א. שהחציון לא ישתנה. הסבר!

ב. שהממוצע לא ישתנה. הסבר!

3. ממוצע המבחן של 20 תלמידים בכיתה הוא 70. הממוצע של שאר התלמידים הוא 65. הממוצע הכיתתי הוא 69.

כמה תלמידים בכיתה?

4. בטבלה הבאה מופיעה רשימה של 13 תלמידים ומספר האיחורים לכיתה של כל אחד מהם למשך שבוע.

מספר סידורי של התלמיד	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
מספר האיחורים בשבוע	3	2	1	1	0	0	3	2	1	4	4	3	1

א. בנו טבלת שכיחות רגילה שהמשתנה בה הוא מספר האיחורים.

ב. מהו השכיח?

ג. מהו החציון?

5. אם ידוע כי המשכורת החודשית הממוצעת של 3 מנהלים היא 15,000 ₪.

האם יתכן כי אחד מהם ירוויח משכורת חודשית של:

א. 500 ₪?

ב. 5,000 ₪?

ג. 50,000 ₪?

הסבירו כל אחת מהתשובות!

6. בבי"ס מסויים מדדו את משקלם של 100 תלמידים וקיבלו את ההתפלגות הבאה:

מספר תלמידים	משקל בק"ג
10	43-40
26	47-44
31	51-48
23	55-52
7	59-56
3	63-60

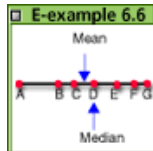
- א. מהו המשקל הממוצע של התלמידים?
 ב. מהו השכיח?
 ג. מהו החציון?

הגדרות

ממוצע חשבוני (arithmetic average / mean) – המנה של סכום כל הנתונים מחולק במספר הנתונים.
שכיח (mode) – הנתון שמופיע מספר פעמים הרב ביותר. ישנן סדרות מספרים שאין להן שכיח כלל ויש סדרות שיש להן יותר משכיח אחד.
חציון (median) – ערך הנתון האמצעי ברשימה מסודרת של נתונים, מספר הנתונים הגדולים ממנו (או שווים לו) ברשימה שווה למספר הנתונים הקטנים ממנו (או שווים לו) ברשימה.

מקורות נוספים לעיון

פעילויות מתוך החוברת: סטטיסטיקה, משימות חקר נתונים בעזרת מחשב. המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע, דני בן צבי ואלכס פרידלנדר, 1997. עמודים 69-79.

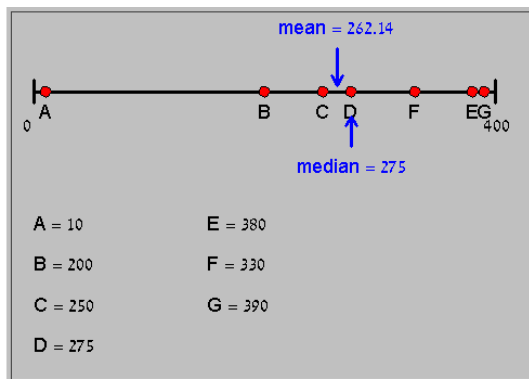


נספח - יישומון לחקירת תכונות הממוצע והחציון

<http://standards.nctm.org/document/eexamples/chap6/6.6/index.htm>

היישומון מציג 7 ערכים המייצגים את המרחק של אווירון מנייר לאחר הזריקה שלו. המשימה ביישומון היא לבדוק האם וכיצד שינוי בערך אחד או יותר, משפיע על הממוצע והחציון של סדרת הערכים כולה. השאלות בהן יש להתמקד בפעילות ביישומון:

1. האם ניתן למצוא דרך להזיז את הערכים כך שהממוצע והחציון יישארו ללא שינוי?
2. האם ניתן למצוא דרכים להזיז את הערכים כך שהממוצע יישאר כמו שהוא אך החציון ישתנה?
3. כיצד ישתנו הממוצע והחציון אם נזיז את כל הערכים באותו מרווח לכיוון כלשהו?
4. מה יקרה למדדים אם נגרור אחד הערכים מעבר לנקודות הקיצון של הערכים הקיימים?
5. האם על ידי הזזת הערכים, ניתן לבנות סדרת ערכים כך שהממוצע יהיה מדד מייצג טוב של סדרת הערכים אך החציון לא? ולהיפך?
6. לאיזה ערכי מספרים (אם יש בכלל) הממוצע איננו מדד מייצג? מתי החציון איננו מהווה מדד מייצג?



הוראות הפעלת היישומון:

כדי לשנות את ערכי הנתונים, הקלק על נקודה והזז אותה ימינה או שמאלה. הממוצע והחציון יתעדכנו באופן אוטומטי.

החציון והשכיח שייכים לקבוצת מדדי המרכז. ערכי הממוצע והחציון תלויים במידת הפיזור של הנתונים, וכל אחד מהם יכול לייצג טוב או לא את הנתונים בהתאם למידת הפיזור.

הממוצע תלוי בערכים האמיתיים של סדרת הנתונים, החציון תלוי רק במיקום היחסי של הערכים. שינוי ערך אחד של הנתונים לא משפיע על החציון, אלא אם כן הערך מוזז לצידו השני של מחצית מהנתונים. אבל כל שינוי בערכי הנתונים משנה את הממוצע. הממוצע מושפע על ידי ערכים קיצוניים מחוץ לתחום הנתונים, אך החציון לא מושפע מהם.

שאלות לדיון:

- איזה שינויים בערכי הנתונים ישפיעו על הממוצע?
איזה שינויים בערכי הנתונים ישפיעו על החציון?