

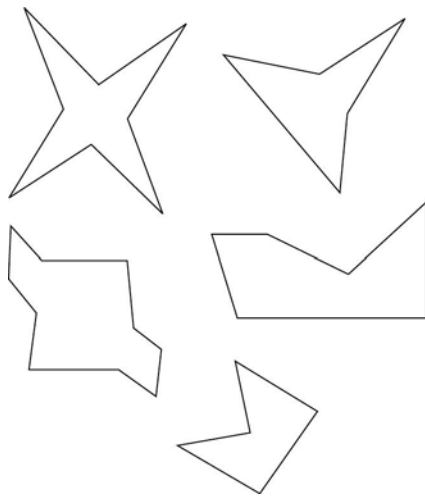
פעילות 1: סכום זוויות פנימיות וחיצוניות

הפעילות משלבת עבודה במחשב באמצעות אחת משתי התוכנות "המשער הגיאומטרי", או "Geometry Inventor" יחד עם עבודה ללא מחשב. אם אין באפשרותכם לעבוד במחשב, בחרו בתרגיל 3 (ללא מחשב) ובהמשך דלגו על תרגיל 7.

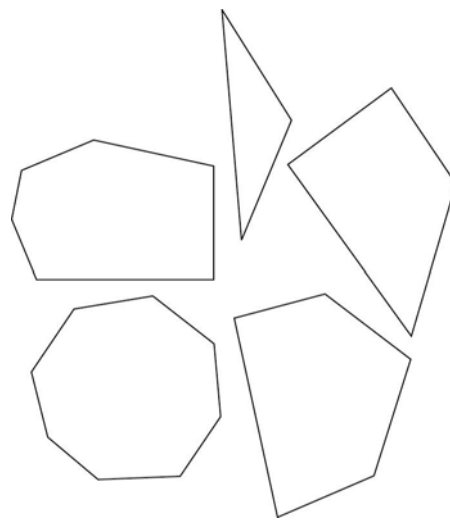
מצולעים

1. לפניכם סרטטים של מצולעים.

מצולעים קעורים



מצולעים קמורים



א) תארו מהו מצולע ואפיינו מצולעים קמורים וקעורים.



מצולע נקרא לפי מספר קודקודיו: מרובע, מחומש וכו'.

ב) רשמו בתוך כל מצולע את שמו.

ג) האם ניתן לסרטט משולש קעור? אם כן, סרטטו אם לא, הסבירו.

האם ניתן לסרטט משולש קמור? אם כן, סרטטו אם לא, הסבירו.

2. סרטטו, על פי ההוראות, מצולעים שקודקודיהם בנקודות המסומנות.

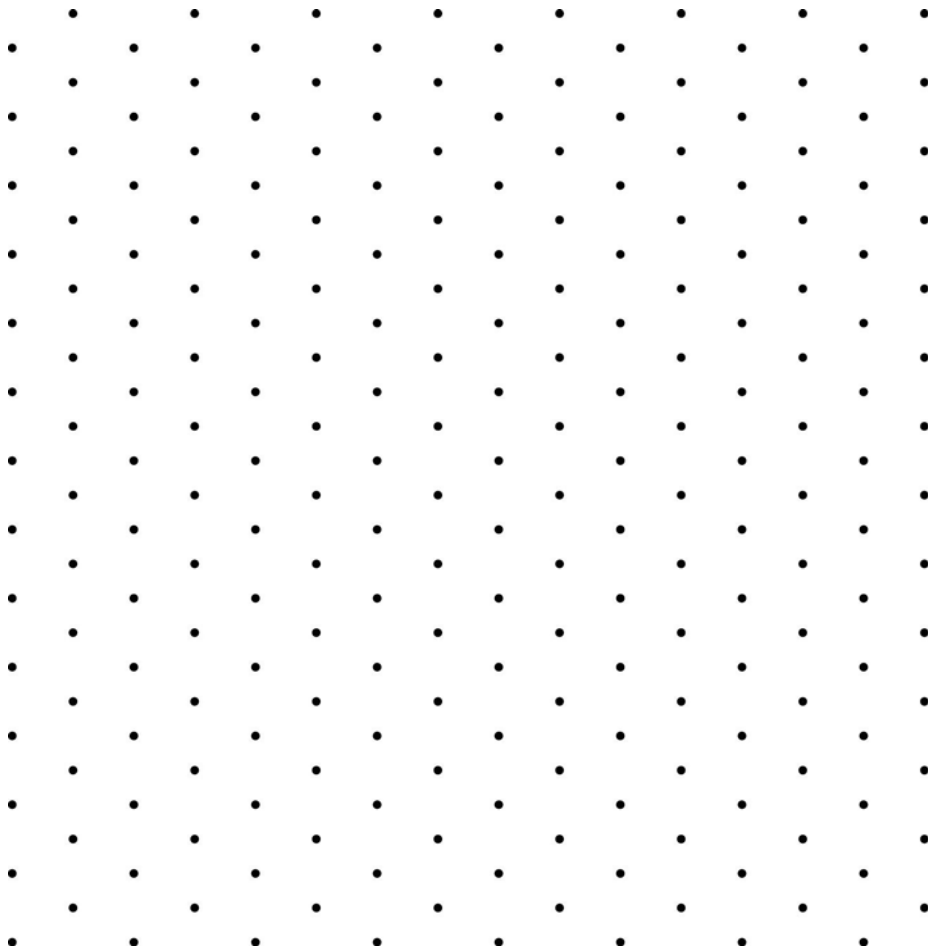
(א) מתומן שאיננו שווה צלעות, וכל אלכסוניו בתוך המצולע.

איזה מתומן סרטטתם, קמור או קעור?

(ב) משושה שאחת מזוויותיו גדולה מ- 180° .

(ג) משושה ששניים מאלכסוניו מחוץ למשושה.

(ד) מחומש שאחד מאלכסוניו מחוץ למחומש ולפחות אלכסון אחד - חלקו מחוץ למחומש וחלקו בתוך המחומש.





3. למדתם כי סכום הזוויות הפנימיות במשולש הוא: _____.

כעת בדקו מהו סכום הזוויות במצולעים שמספר צלעותיהם גדול מ-3.

(א) **מרובע:**

בחירת מרובע:



הזיזו את הסמן לגליון הפנימי והקישו.
הקישו על מרובע ABCD בחלון צורות ובניות.

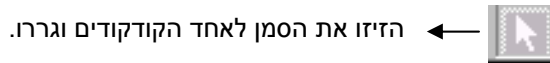
מדידת סכום זוויותיו הפנימיות:



כדי למצוא את הסכום, הקישו על הזווית הראשונה בחלון מדידות, אחר כך על +, על הזווית השנייה וכו', לאחר הקשה על הזווית הרביעית הקישו =.

שינוי המרובע:

(ודאו שהמרובע יישאר קמור.)



מה סכום הזוויות הפנימיות במרובע?

(ב) **מחומש:**

בחירת מחומש:

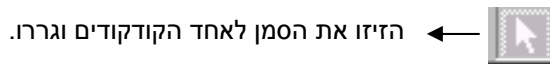


ערכו את המדידה על-פי ההוראות למציאת סכום הזוויות במרובע.

מדידת הסכום:

שינוי המחומש:

(ודאו שהמרובע יישאר קמור.)



מהו סכום הזוויות הפנימיות במחומש?

(ג) בחרו **משושה** ובדקו מה סכום זוויותיו.

שערו מה הוא סכום הזוויות הפנימיות **במצולע בעל 7 צלעות?**

בדקו באמצעות בחירת מצולע בעל 7 צלעות ומדידת הסכום.

מה הוא סכום הזוויות הפנימיות **במצולע בעל 8 צלעות?**

מה הוא סכום הזוויות הפנימיות **במצולע בעל 9 צלעות?**

מה הוא סכום הזוויות הפנימיות **במצולע בעל 10 צלעות?**

(ד) תארו כיצד משתנה סכום הזוויות הפנימיות של מצולעים קמורים שמספר צלעותיהם הולך וגדל.





3. למדתם כי סכום הזוויות הפנימיות במשולש הוא: _____.

קעת בדקו מהו סכום הזוויות במצולעים שמספר צלעותיהם גדול מ-3.

(א) **מרובע:**

בחירת מרובע:

מדידת סכום זוויותיו הפנימיות:

שינוי המרובע:

(ודאו שהמרובע יישאר קמור.)

מה סכום הזוויות הפנימיות במרובע?

(ב) **מחומש:**

בחירת מחומש:

מדידת סכום זוויותיו הפנימיות:

שינוי המחומש:

(ודאו שהמחומש יישאר קמור.)

מהו סכום הזוויות הפנימיות במחומש?

(ג) בחרו **משושה** ובדקו מה סכום זוויותיו.

שערו מה הוא סכום הזוויות הפנימיות **במצולע בעל 7 צלעות?**

בדקו באמצעות בחירת מצולע בעל 7 צלעות ומדידת הסכום.

מה הוא סכום הזוויות הפנימיות **במצולע בעל 8 צלעות?**

מה הוא סכום הזוויות הפנימיות **במצולע בעל 9 צלעות?**

מה הוא סכום הזוויות הפנימיות **במצולע בעל 10 צלעות?**

(ד) תארו כיצד משתנה סכום הזוויות הפנימיות של מצולעים קמורים שמספר צלעותיהם הולך וגדל.



הביאו את המסגרת לדף העבודה ורשמו בתוכה:
 $\sphericalangle DAB + \sphericalangle ABC + \sphericalangle BCD + \sphericalangle CDA$

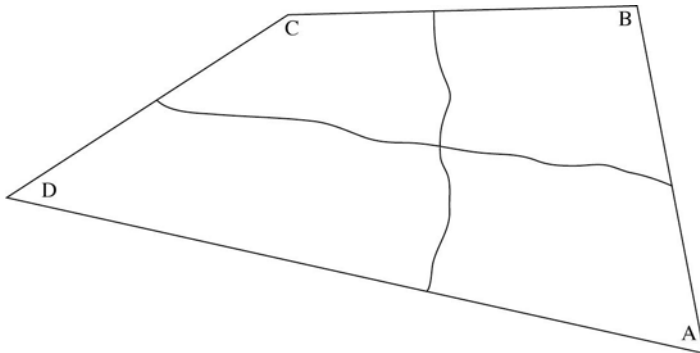
הזיזו את הסמן לאחד הקודקודים וגררו.



הקישו על המשבצת בה מסומן x כדי למחוק אותו. (כדי שהמצולע לא יהיה משוכלל).

מדדו בדומה למדידת הסכום במרובע.





3. ראינו כי ניתן לסדר את זוויות המשולש על ישר והן יוצרות "חצי סיבוב" כלומר סכומן 180° .
 א) גזרו מהדף לגזירה "סכום זוויות במצולע", שבסוף הפעילות, את המצולעים המסורטטים (מרובע, מחומש, ומשושה).

גזרו את המרובע ל-4 חלקים כמו בדוגמה שבסרטוט.

על דף חלק, סרטטו ישר וסמנו עליו נקודה.

הניחו את זווית A כך שאחת משוקיה תתלכד עם הישר,

וקודקודה יהיה בנקודה שסימנתם.

סדרו את הזוויות האחרות סביב הנקודה, אחת בהמשך לשנייה כך ששוקיהן תהיינה צמודות.

מה סכום הזוויות הפנימיות במרובע?

ב) בצעו את הפעילות הזו גם עם המחומש הגזור.

כמה סיבובים יוצרות זוויות המחומש?

מה סכום הזוויות הפנימיות במחומש?

ג) בצעו את הפעילות הזו גם עם המשושה הגזור.

כמה סיבובים יוצרות זוויות המשושה?

מה סכום הזוויות הפנימיות במשושה?

ד) תארו כיצד משתנה סכום הזוויות הפנימיות של מצולעים קמורים שמספר צלעותיהם הולך וגדל.



ודאו כי הגעתם למסקנה הבאה בתרגיל 3 (במחשב או בלעדיו):

כשמספר הצלעות של מצולע גדל ב- 1 סכום זוויותיו גדל ב- 180° .

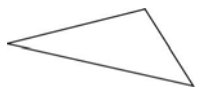
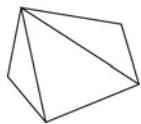
שימו לב! עדיין לא הסברנו מדוע המסקנה נכונה.

4. א) חשבו מהו סכום הזוויות במצולע שמספר צלעותיו 9?_
ב) חשבו מהו סכום הזוויות במצולע שמספר צלעותיו 12?_
ג) נסו לחשב מהו סכום הזוויות במצולע שמספר צלעותיו 92?



כדי לחשב את סכום הזוויות במצולע שמספר צלעותיו 92, על פי המסקנה הנ"ל, יש לדעת מהו סכום הזוויות במצולע שמספר צלעותיו 91.
כלל מסוג זה הוא כלל נסיגה (כלל רקורסיבי).
נחפש כלל אלגברי לחישוב סכום הזוויות בכל מצולע, שיאפשר גם להסביר את המסקנה הנ"ל.

5. א) השלימו את הטבלה: סרטטו מצולע קמור. חלקו אותו למשולשים באמצעות אלכסונים היוצאים מאחד הקודקודים. בדקו כמה משולשים התקבלו, וחשבו את סכום הזוויות במצולע.

מספר הצלעות	סרטוט	מספר המשולשים	סכום הזוויות
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
.			
.			
n			

ב) שימו לב לעמודה "מספר המשולשים" בטבלה, והסבירו בעזרתה מדוע הסכום גדל בכל פעם ב- 180° .

ג) אם השלמתם את השורה האחרונה בטבלה, ודאי הסקתם שמספר המשולשים קטן ב-2 ממספר הצלעות (כלומר $n-2$) וסכום זוויותיו $180(n-2)$. השוו את סכום הזוויות במשושה, לפי הנוסחה, עם סכום הזוויות שמצאתם בעזרת הכלל הרקורסיבי בתרגילים הקודמים.

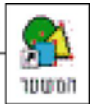
סכום הזוויות במצולע קמור הוא $180(n-2)$, כאשר n הוא מספר צלעות המצולע.

6. א) חשבו את סכום הזוויות במצולע קמור שמספר צלעותיו 92.

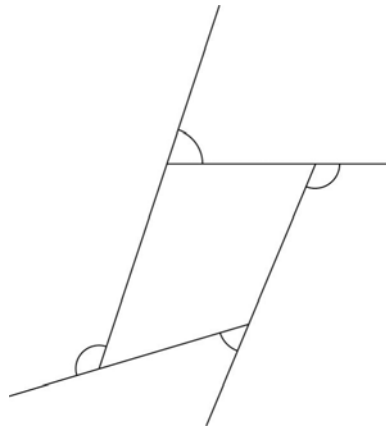
ב) האם ייתכן מצולע שסכום זוויותיו 1900° ? אם כן, מה מספר צלעותיו? אם לא - הסבירו.

ג) האם ייתכן מצולע שסכום זוויותיו 2340° ? אם כן, מה מספר צלעותיו? אם לא - הסבירו.

רצוי לבצע את תרגיל 7 באמצעות אחת התוכנות ("המשער הגיאומטרי" או "Geometry inventor"). אם אין באפשרותכם, דלגו על תרגיל 7.

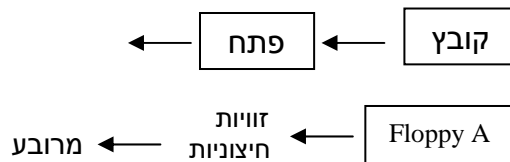


7. כעת נחקור את סכום הזוויות החיצוניות במצולעים קמורים.



(א) מרובע:

פתיחת הקובץ "מרובע" בתיקייה
"זוויות חיצוניות" (נמצא
בדיסקט)



חלון מדידות:

אם חלון המדידות סגור הקישו: **חלונות** -> **מדידות**

מציאת הסכום:

כדי למצוא את הסכום, הקישו על הזווית הראשונה בחלון מדידות, אחר כך על +, על הזווית השנייה וכו', לאחר הקשה על הזווית הרביעית הקישו =.

שינוי המרובע:

הזיזו את הסמן לאחד הקודקודים וגרו.

(ודאו שהמרובע יישאר קמור.)

(ב) **שערו**, מה הוא סכום הזוויות החיצוניות **במחומש**.

שערו, מה הוא סכום הזוויות החיצוניות **במשושה**.

שערו מה יקרה לסכום הזוויות החיצוניות אם נגדיל את מספר הצלעות של המצולע. הסכום יגדל? (ואם כן, כיצד?) יקטן? לא ישתנה?

(ג) בדקו את השערותיכם לגבי סכום הזוויות החיצוניות במצולעים קמורים באמצעות התוכנה:

פתחו את הקובץ "מחומש" בתיק "זוויות חיצוניות" (הנמצא בדיסקט).

חשבו את סכום הזוויות החיצוניות (בדומה לאופן בו מצאתם את סכום הזוויות החיצוניות במרובע). שנו את המחומש.

מה הסכום?

השוו את התוצאה להשערה שרשמתם.

ד) האם ההשערה שרשמתם לגבי סכום הזוויות החיצוניות במשושה נראית לכם נכונה?
תוכלו לבדוק במחשב, בעזרת הקובץ "משושה".

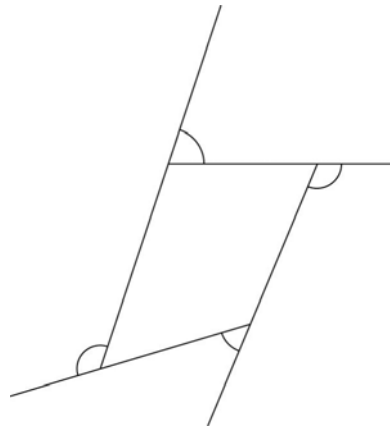
ה) נסחו טענה כללית לגבי סכום הזוויות החיצוניות במצולעים קמורים.

ו) הסבירו מדוע הטענה נכונה.





7. כעת נחקור את סכום הזוויות החיצוניות במצולעים קמורים.



(א) **מרובע:**

פתחו דף חדש:

עברו לסרטוט קרניים:

בחירת המרובע:

סימון נקודה על כל קרן לצורך מדידה:

מדידה:

שינוי המרובע:
(ודאו שהמרובע יישאר קמור).

The screenshot shows the software interface with the following steps indicated by arrows:



- File** menu → **New** button
- Icon for drawing parallel lines (two horizontal lines with arrows) → Instruction: הזיזו את החץ האדום לאחת הקרניים, על ידי לחיצה על העכבר.
- Icon for drawing a quadrilateral → **בנ** button
- +** button → Instruction: הזיזו את הסמן לאחד הקרניים והקישו. סמנו נקודות גם על 3 הקרניים האחרות.
- Icon for measuring an angle → Instruction: הביאו את המסגרת לדף העבודה ורשמו בתוכה את סכום הזוויות החיצוניות, לסיים הקישו **Enter**.
- Icon for moving an object → Instruction: שינוי המרובע.

(ב) **שערו**, מה הוא סכום הזוויות החיצוניות **במחומש**.

שערו, מה הוא סכום הזוויות החיצוניות **במשושה**.

שערו מה יקרה לסכום הזוויות החיצוניות אם נגדיל את מספר הצלעות של המצולע. הסכום יגדל? (ואם כן, כיצד?) יקטן? לא ישתנה?

ג) בדקו את השערותיכם לגבי סכום הזוויות החיצוניות במצולעים קמורים באמצעות התוכנה:

מצולע בעל 5 צלעות (לא משוכלל) ←  ← 

בחירת מחומש (קרניים):
סמנו נקודה על כל קרן, מדדו את
סכום זוויותיו החיצוניות ושנו את
המחומש.

מה סכום הזוויות החיצוניות במחומש?

השוו את התוצאה להשערה שרשמתם.

ד) האם ההשערה שרשמתם לגבי סכום הזוויות החיצוניות **במשושה** נראית לכם נכונה?
תוכלו לבדוק באמצעות מחשב.

ה) נסחו טענה כללית לגבי סכום הזוויות החיצוניות במצולעים קמורים.

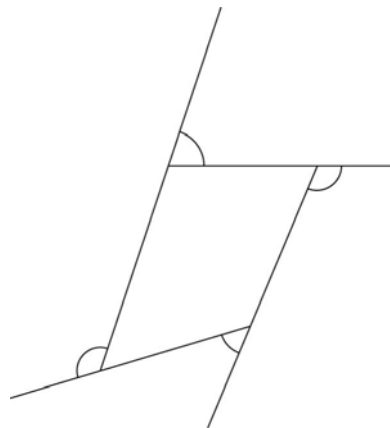
ו) **הסבירו** מדוע הטענה נכונה.

בתרגיל זה נחשב את סכום הזוויות החיצוניות במרובע, במחומש ובמשושה. ננסה
מסקנה כללית מתוך החישוב ונסביר אותה ואת הממצאים שקיבלתם בתרגיל 7
(אם ביצעתם את התרגיל במחשב).

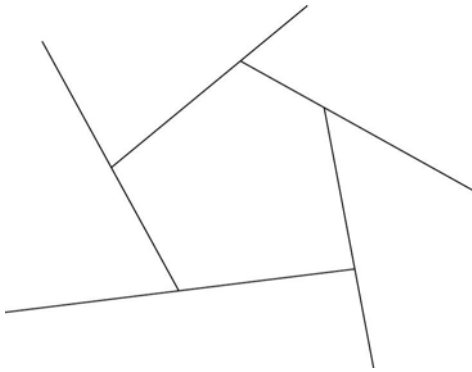
8. בחקירת סכום הזוויות, מצאתם כי סכום הזוויות הפנימיות גדל ב- 180° כשמספר הצלעות גדל ב-1.

א) חשבו את סכום הזוויות הפנימיות והחיצוניות יחד במרובע (זווית חיצונית אחת ליד כל קודקוד).

אחר כך, הורידו את סכום הזוויות הפנימיות ומצאו את סכום הזוויות החיצוניות.



ענו על סעיף ב' רק אם לא ביצעתם את הפעילות במחשב:



ב) חשבו את סכום הזוויות הפנימיות והחיצוניות (יחד) במחומש.

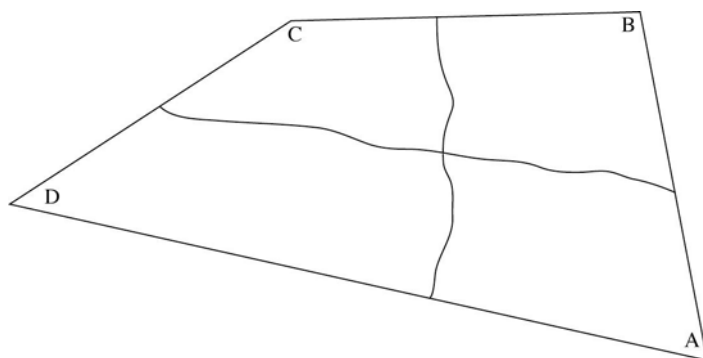
אחר כך, הורידו את סכום הזוויות הפנימיות ומצאו את סכום הזוויות החיצוניות.

ג) חזרו על החישוב עבור משושה (סרטטו).

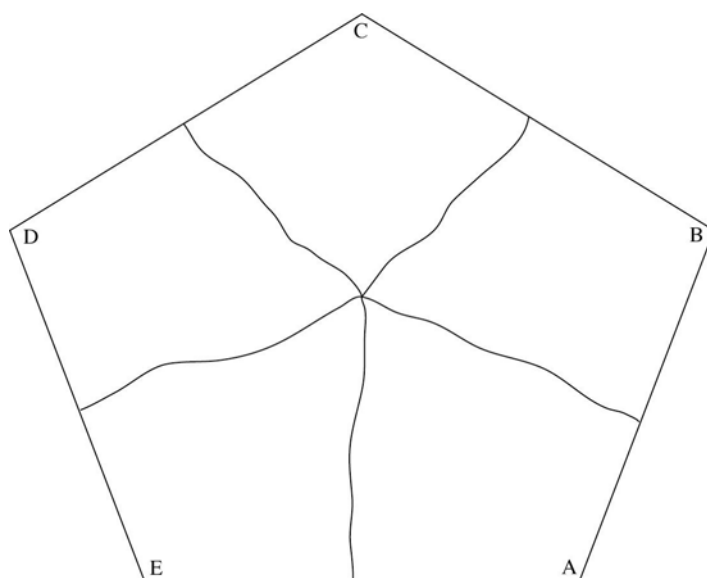
ד) נסחו טענה כללית לגבי סכום הזוויות החיצוניות במצולעים קמורים והסבירו מדוע הטענה נכונה.

דף לגזירה: "סכום זוויות במצולע" (לתרגיל 3)

מרובע



מחומש:



משושה:

