טיוטה
הערות והארות
תתקבלנה בברכה

חוש למספרים

נורית שמואלי, ד״ר בת-שבע אילני - מכללת בית ברל

תחום תוכן מתמטי (בהתאמה לסילבוס) - **שיטת הפוזיציה המבנה העשורי ואלגוריתמים** :
הקשר שבין המבנה העשורי לבין אלגוריתמים חישוביים, ארבע פעולות החשבון, אלגוריתמים אלטרנטיביים ואלגוריתמים מקובלים : היכרות והצדקה, חוקי פעולות, אומדן.

הנושא - מבנה עשורי, חוק הפילוג.

רשימת מושגים מתמטיים שנלמדים בפעילות - מספרים : דו-ספרתיים, חד-ספרתיים וכו..,
מכפלה, כפולה, גדול מ, קטן מ, גדול פי, חוק הפילוג, חוק הפילוג המורחב.

קישור לנושאים - מספרים עשרוניים, סוגי הוכחות והצדקות מתמטיות.

זמן משוער לפעילות - 3 שעות.

מטרות המפגש

מטרות מתמטיות:

1. חוקיות, הכללה והצדקה.
2. פיתוח חוש למספרים ותובנה מספרית.

מטרות דידקטיות:

1. היכרות עם שגיאות של תלמידים וטיפול בהם.
2. מודעות לאסטרטגיות פתרון שונות של תלמידים.

חומרים ועזרים דרושים – דף אחד (נספח 1), פעילות 23 מתוך החוברת ״חוש למספרים״ מאת צביה מרקוביץ, המאמר : ״חוש ואי-חוש למספרים״ מאת : מרקוביץ, הרשקוביץ וברוקהיימר (מתורגם על-ידי ב. סגליס).

מבנה הפעילות

1. עבודה בקבוצות על פעילות 23 מתוך החוברת ״חוש למספרים״, מאת צביה מרקוביץ (עמ׳ 54-55).
2. דיון מתמטי.
3. דיון מתודי.
4. עבודה בקבוצות : סיטואציות הוראה - חוש למספרים (נספח 1).
5. משימה לבית.

מהלך המפגש

1. עבודה בקבוצות:

עבודה בקבוצות על פעילות 23 מתוך החוברת "חוש למספרים", צביה מרקוביץ 2000 (עמ' 54-55).

2. דיון מתמטי:

שאלות למשתלמים:

א. מה יקרה אם נשנה את המספרים 34 ו- 18? כלומר, האם ישתנו התשובות לגבי השאלות:

בכמה גדלה התוצאה? או מה קרה לתוצאה?

ב. בתרגיל כפל 1 התוצאה גדלה ב- 18, מדוע?

ג. בתרגיל כפל 2 התוצאה גדלה ב- 34, מדוע?

ד. בתרגיל כפל 3 התוצאה קטנה ב- 17, מדוע?

ה. מה יקרה אם המספרים יהיו לא טבעיים? למשל שברים, שליליים?

ו. מה יקרה אם נשנה את הפעולות? למשל לחיסור וחילוק?

דיון:

I) מדוע יש הבדל בין תוצאות תרגילי החיבור לתוצאות תרגילי הכפל?

כיצד השינויים באים לידי ביטוי אם מתייחסים לכפל כאל חיבור חוזר?

לדוגמה:

א. ההסבר לתוצאות השונות בתרגיל 1, בו מוסיפים 1 למספר הראשון הוא בעזרת חוק הפילוג:

$(a+1)b = ab+b$.

ההסבר בעזרת חיבור חוזר: יש לנו a פעמים b ועוד b.

ב. ההסבר לתוצאות השונות בתרגיל 3, בו מוסיפים 1 למספר הראשון, ומורידים 1 מהמספר

השני, הוא בעזרת חוק הפילוג המורחב: $(a+1)(b-1) = ab+b-a-1$.

ההסבר בעזרת חיבור חוזר: יש לנו $a+1$ פעמים b, ומורידים פעם אחת את המספר הראשון פחות

אחד כלומר, את $(a-1)$.

דוגמה לסיטואציה שקרתה אצלנו בהתמקצעות בעקבות הפעילות:

נתון התרגיל :

$34 \cdot 18 = 612$

מה יקרה לתוצאה אם נוסיף 1 למספר הראשון ונחסר 1 מהמספר השני?

המשתלמים חישבו את $35 \cdot 17 = 595$, כלומר התוצאה קטנה ב- 17.

כאשר נשאלו מדוע התוצאה קטנה ב- 17 ענתה אחת המורות :

המספר הראשון היה 34 כעת הוא 35, כלומר, נוסיף 18 לתוצאה.

המספר השני היה 18 כעת הוא 17, כלומר, נחסר 34 מהתוצאה.

בסיכום נקבל :

$18 - 34 = -16$

כלומר, התוצאה קטנה ב- 16. נשאלת השאלה, מה קרה, לאן נעלם ה- 1?

סיטואציה זו אם אינה עולה מעצמה בהשתלמות, כדאי לעורר אותה ולדון מה מקור הבעיה שבסיטואציה ואיך מטפלים בבעיה.

דוגמאות להסברים אפשריים למקור הבעיה :

– המורה התייחסה להוספה לחוד ולהפחתה לחוד, כאילו שתי הפעולות לא נעשו בו-זמנית.

– חסרה הבנה של חוק הפילוג המורחב. בעקבות קביעה זו דנים בחוק הפילוג המורחב.

II) שאלה למשתלמים : כיצד מצדיקים טענה מתמטית? והמשתלמים עונים על השאלה ודנים בתשובותיהם.

נציג בפני המשתלמים 4 סוגי הצדקות.

הצדקה על "כנפי" דוגמה

נדגים למשתלמים בעזרת שתי סיטואציות:

א. סמדר הוכיחה כך:

$$34\cdot 18 = 612$$

$$(34-1)\cdot(18+1) = 627$$

מה דעתכם האם זו הצדקה?

ב. יובל הוכיח:

$$(34-1)\cdot(18+1) = 34\cdot 18+34-18-1= 627$$

האם יש הבדל בין שתי ההצעות להצדקה? מהו ההבדל?

מהדיון עולה שהצעתה של סמדר אינה הצדקה, ואילו הצעתו של יובל הנה הצדקה על "כנפי" דוגמה.

כלומר, יובל משתמש בחוק הפילוג המורחב לגבי הדוגמה הפרטית.

הוכחה אלגברית

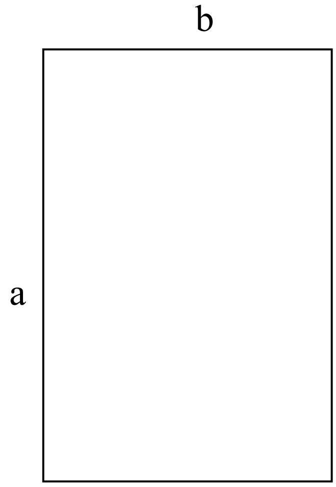
$$(a-1)(b+1) = ab-b+a-1$$

הצדקה מילולית

הסבר במילים

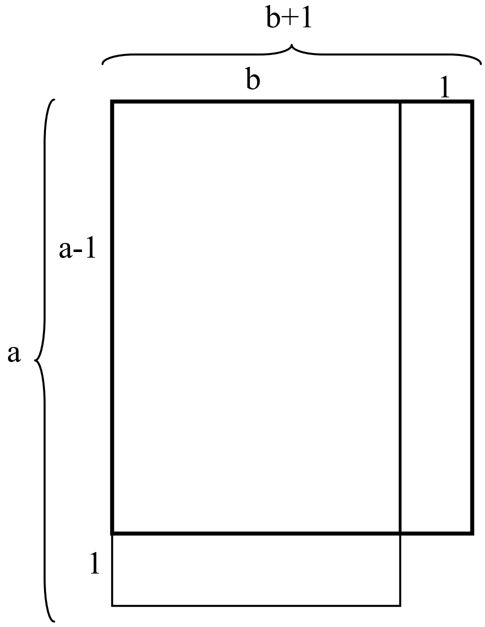
הוכחה גיאומטרית

נתון: מלבן שמידותיו $a\cdot b$



נוריד יחידת אורך מצלע אחת ונוסיף יחידת אורך לצלע השנייה,

נקבל מלבן ששטחו $(a-1)\cdot(b+1)$ נראה שהוא שווה: $(a-1)\cdot(b+1)=a\cdot b-b+a-1=a\cdot b-b+(a-1)$



כלומר: השטח החדש שווה לשטח הקודם $a\cdot b$ ועוד $(a-1)\cdot 1$ ופחות $b\cdot 1$.

3. דיון מתודי

שאלה: מה מפתחת פעילות זו?

נמקד את הדיון לכיוון פיתוח חוש למספרים.

כמו כן נדון מהי תובנה מספרית ואיך היא באה לידי ביטוי בפעילות.

4. עבודה בקבוצות: סיטואציות הוראה - חוש למספרים (ראו נספח 1 בהמשך)

- כל קבוצה תעבוד בנספח 1.
- דיון במליאה על הסיטואציות והבעיות העולות בעיסוק בהן.

5. משימה לבית

עבודה בשטח: הפעלת סיטואציות עם ילדים לפי שכבת גיל, ודיווח על תוצאות ההפעלה עם רפלקציה.

העבודה:

א. קראו את המאמר:

חוש ואי-חוש למספרים (המאמר מתורגם על-ידי ברכה סגליס)

Markovits, Z., Hershkowitz, R. & Bruckheimer, M. (1989). Number Sense and Nonsesnse. *Arithmetic Teacher,* (February).

ב. בחרו אחת מהבעיות המופיעות במאמר.

- תנו לתלמידים לפתור את הבעיה.
- אספו את תשובות התלמידים, רשמו כמה תשובות נכונות, כמה תשובות אינן נכונות וכמה לא ענו בכלל.
- מיינו את התשובות הלא נכונות ונסו לאפיין אותן.
- הביאו דוגמאות של תשובות לא נכונות (לפחות 3 דוגמאות).

ג. רפלקציה -מה למדתם מהמשימה? הסבירו.

יש להגיש את העבודה.

נספח 1 : דף למשתלמים

סיטואציות - חוש למספרים

לפניכם שתי סיטואציות.

דונו בקבוצה : מה מקור הבעיה בכל סיטואציה ?

כיצד תטפלו בבעיות כאלו ?

סיטואציה 1

לפניכם תרגיל:

$$5.5 \times 3.2 = 176$$

מקמו את הנקודה העשרונית בתוצאה .

שרון פתר כך : $5.5 \times 3.2 = 1.76$

כיצד תגיבו?

סיטואציה 2

מצאו את סכום המספרים

$$\begin{array}{r} 3.5 \\ + \quad 0.62 \\ \hline \end{array}$$

לימור פתרה :

$$\begin{array}{r} 3.5 \\ + \quad \\ 0.62 \\ \hline 0.97 \end{array}$$

והסבירה : "קודם מציבים את המספרים אחד מתחת לשני ואז מחברים 5 ועוד 2 זה 7, ו- 3 ועוד 6 זה 9. ואז מורידים את הנקודה העשרונית, במקום שהיו שני מספרים אחרי הנקודה. כיצד תגיבו?

ביבליוגרפיה

מרקוביץ צ' (2000). חוש למספרים **- פעילויות לפיתוח החוש למספרים והחשיבה המתמטית**.
חולון: הוצאת יסוד.

Markovits, Z., Hershkowitz, R. & Bruckheimer, M. (1989). Number Sense and Nonsesnse. *Arithmetic Teacher,* 36(6), 53-55.
חוש ואי-חוש למספרים (תורגם על-ידי ברכה סגליס) קישור למאמר

Wearne, D. & Hiebert, J. (1994). Place Value and Addition and Subtraction. *Arithmetic Teacher,* 41(5), 272-274.
ערך המקום וחיבור וחיסור (תורגם על-ידי מיכל סוקניק) קישור למאמר