הקשר בין ביצוע חישובים לבין תובנה מספרית
אצל תלמידי כיתות ו' וכיתות ח' בטיוואן

Robert E. Reys,University of Missouri
Der-Ching Yang, st. John's &St.Mary,s Institute of Technology
Tamsui' Taiwan
Journal for Research in Mathematics Education,March1998
תרגום ועיבוד: מירי בן ארי

המבחנים הבינלאומיים מציגים את התלמידים מהמזרח הרחוק ממדינות כמו יפן וטיוואן כבעלי השגים גבוהים במתמטיקה.
המבחנים מציגים את התלמידים בטיוואן כבעלי יכולת גבוהה של חישוב אבל מגלים מעט מאד על ההבנה שלהם במתמטיקה ועל התובנה המספרית.
מצב זה עודד אותנו לערוך מחקר בו אנו מנסים להתבונן מעבר ליכולת החישוב ולחקור את התובנה המספרית של התלמידים הסיניים בטיוואן.

רקע

מהי תובנה מספרית? התובנה המספרית מתייחסת להבנה הכללית של אדם את המספרים והפעולות. היא כוללת גם את היכולת והנטייה להשתמש בהבנה זו בדרכים גמישות כדי להגיע לשיפוטים מתמטיים ולפתח אסטרטגיות שימושיות לניהול המספרים והפעולות. היא משקפת יכולת ונטיה להשתמש במספרים ושיטות כמותיות כאמצעים לתקשורת, עיבוד ופרשנות של מידע. התוצאה שלה היא הציפייה לכך שהמספרים הם שימושיים ושיש חוקיות מסויימת במתמטיקה.
התובנה המספרית מודגשת עכשיו ברפורמות של החינוך המתמטי משום שהיא מאפיינת את למידת המתמטיקה כפעילות בעלת משמעות הגיונית. (NCTM 1989
כמו common sense, התובנה המספרית היא מושג חמקמק שעורר את הדיון בין אנשי החינוך המתמטי, כולל המורים בכיתות, כותבי תכניות הלימודים וחוקרים.
דיונים אלה כללו רשימה של מרכיבים חיוניים בתובנה המספרית, תאור של תלמידים המציגים תובנה מספרית (או החסרים אותה) , וניתוח תיאורטי מעמיק של התובנה המספרית מההיבט הפסיכולוגי.
למרות שדיונים אלה מספקים היבטים שונים של התובנה המספרית, המאפיינים העיקריים כוללים : שימוש בייצוגים רבים של המספר, הכרה של גודל המספר באופן יחסי ובאופן אבסולוטי, בחירה ושימוש של נקודות ייחוס (benchmarks), פירוק והרכבה של מספרים, הבנת ההשפעות היחסיות של פעולות על מספרים, וגמישות בביצוע חישובים מנטליים ואומדנים.
הסטנדרטיים של ה NCTM (1989) מצהירים שילדים עם תובנה מספרית טובה מבינים היטב את משמעות המספרים, יש להם פירושים וייצוגים רבים למספרים, הם מסוגלים להכיר את היחסיות והמוחלטות של גודל המספרים, הם מעריכים את ההשפעה של הפעולות על המספרים ומפתחים מערכת של נקודות ייחוס מספריות.

בארה"ב הושם דגש רב על תובנה מספרית בעשור האחרון. (Willis, 1990), אולם בטיוואן, הנושא לא נמצא בתכנית הלימודים ואף לא מדובר בין אנשי החינוך המתמטי, בכיתות המתמטיקה, או בפרסומים. עיון בספרי הלימוד ותצפיות בכיתות מראה שבטיוואן יש דגש והערכה רק על פעולות אלגוריתמיות ותוצאות מדויקות. למרות שדגש זה עשוי להוביל לתוצאות טובות כאשר נדרשים לחישוב מדויק, המידה שתהליך זה יוביל להעברה לתובנה מספרית לא ידוע. מקינטוש (1992) מצהיר שלא ברור אם תלמידים המיומנים בחישובים של נייר ועיפרון (שזו הדרך בה נמדדת לרוב ההצלחה במתמטיקה), יכולים לפתח תובנה מספרית.
לדוגמא: אם תלמיד בכיתה ו' כותב ש $2/5 + 3/7 = 5/12$ או ש $40 - 36 = 16$ אנו רואים שהם מנסים ליישם אלגוריתם אבל עבודתם אינה משקפת תובנה מספרית.
חלק גדול מתשומת הלב העכשווית לתובנה המספרית הוא תגובה לדגש היתר שניתן עד כה לשיטות חישוביות שהן לרוב אלגוריתמיות, והזנחת התובנה המספרית.
לדוגמא, תלמיד שנשאל אם החישוב הגיוני מגיב בדרך כלל בחישוב חוזר, במרבית המקרים באותה דרך, ואינו מנסה לשקף את התוצאה בהקשר של הקונטקסט והמספרים המעורבים בו. (Wyatt, 1985/1986). נושא זה אינו חדש, בגלל שהערך הניתן ללמידה משמעותית במתמטיקה והאתגר המתמשך כשמתייחסים ללמידה מושגית ותהליכית , נידון בהרחבה במשך שנים רבות. (Brownell,1935; Hiebert,1984)
דברים אלה מעלים לדיון שאלות בסיסיות כמו:
מתי יכולת של פרוצדורות מלווה בתובנה מספרית?
מחקרים מעידים שתפיסות חשובות של מספרים ופעולות מתפתחות במשך הזמן[1] והתפתחות זו מטופחת בצורה הטובה ביותר כאשר יש ההתמקדות היא עקבית מידי יום, ומתרחשת לעיתים קרובות בכל שעור מתמטיקה [2].
ההתפתחות המתמשכת של התובנה המספרית נידונה ע"י B.J. Reys(1994). היא הצהירה שתובנה מספרית אינה ישות מוחלטת שיש או אין לתלמיד, אלא תהליך שמתפתח עם הניסיון והידע.
הנחות אלה הן הבסיס למחקר שלנו שבודק את הקשר בין תובנה מספרית ויכולת חישוב בכתב בכיתות ו' , ו- ח' בטיוואן.

מתודולוגית המחקר

הרקע של המידגם

בטיוואן 21 מיליון תושבים. התלמידים הולכים לבתי ספר באזור מגוריהם.
בתי הספר זהים במשאבים ובתכניות.
מבנה בתי הספר 6 שנים ביסודי,3 בחט"ב ו 3 בחטיבה עליונה.
חוק חינוך חובה עד כיתה ט' ולאחר מכן הם הולכים לבתי ספר לאחר שהם נבחנים במבחנים תחרותיים.

1 במאמר המקורי ניתנת רשימת שמות חוקרים
2 ראה הערה 1

המורים בבתי הספר היסודיים וחט"ב נדרשים ללמד עפ"י התכנית הלאומית.
בטיוואן, פיתוח היכולת החישובית של התלמידים מסתיימת בסוף כיתה ו'. בבית הספר היסודי לומדים התלמידים את ארבע פעולות החשבון בשלמים, שברים פשוטים ועשרוניים בדרך של אלגוריתם סטנדרטי בכתב, בהוראה מסורתית ולאחריה נדרש תרגול. אין מחשבונים בבתי הספר ואין התייחסות לאומדן.
בחט"ב הם מתנסים עם פרוצדורות יותר מורכבות בעיקר בהקשר של האלגברה, כולל המשך תמיכה במיומנויות החישוב.
הרקע למחקר זה היה בעיר היסין –צ'ו, בעלת אוכלוסיה של כ 250000 תושבים.
משפחות מגוונות גרות בעיר, כך שהרקע של המשפחות בבתי הספר הוא רחב מבחינת עיסוק ההורים, הכנסה ורמת השכלה.
יש 27 בתי ספר יסודיים (אחד פרטי) ן 11 חט"ב בעיר.
למחקר זה נבחרו באופן אקראי שני בתי ספר יסודיים (ציבוריים) ושתי חט"ב.
התלמידים לומדים בקבוצות הטרוגניות. מקובל שהכיתות למחקר נבחרות ע"י מנהל בית הספר. מספר התלמידים בכיתה נע בין 39 ל 45.
השתתפו במחקר זה 115 תלמידי כיתה ו' ו 119 תלמידי כיתה ח' משלוש כיתות של בתי הספר היסודיים ושלוש כיתות מחט"ב.

כלים

המבחנים וההוראות היו בשפת המקום.
המבחן בכתב (Written Computation Test -WCT) כלל 20 פריטים ונבנה ע"י החוקרים. המבחנים היו זהים בכיתות ו' ו-ח'.
כל הפריטים היו פתוחים והותאמו לתכנית הלימודים של טייוואן.
המבחן בתובנה מספרית (Number Sense Test - NST) כלל 40 פריטים שגם הם נכתבו ע"י החוקרים אך כללו גם פריטים שהיו בשימוש של מורים למתמטיקה וחוקרים.[3]
הפריטים של מבחן התובנה המספרית כללו שאלות רבות ברירה, שאלות פתוחות ושילוב של שאלות רבות ברירה עם תשובות קצרות (ראו טבלה 1).
20 הפריטים הראשונים של שני סוגי המבחנים היו מקבילים. כלומר, הם כללו את אותם המספרים, אך צורת השאלה היתה שונה. ביצוע בשלושה פריטים מקבילים מופיע בטבלה 2, והתוצאות של מספר פריטים מקבילים יידונו בהמשך.

[3] ראה הערה 1

טבלה 1

דוגמה לשאלות פתוחות ושילוב של רבי ברירה

הפריט	סוג התשובה	כיתה ו באחוזים	כיתה ח באחוזים
שאלה פתוחה:	7/13, הנמקה נכונה	10	28
איזה משני המספרים הבאים קרוב	7/13 הנמקה שגויה	18	19
יותר ל ½	3/8	49	33
3/8 או 7/13? מדוע?	אותו דבר	1	0
	ללא תשובה	22	20
שילוב של רב ברירה עם שאלה פתוחה: כמה שברים עשרוניים שונים יש בין 1.42 ו 1.43 הקיפו בסוגריים והשלימו:	א.	36	5
א. אין. מדוע?	ב.	10	5
ב. אחד. מהו המספר?	ג.	5	3
ג.כמה שברים. תנו שתי דוגמאות.	ד. * דוגמאות נכונות	29	71
ד. הרבה. תנו שלוש דוגמאות.	דוגמאות לא נכונות	3	7
	אין תשובות	17	9

* אם ניתנו שלוש תשובות נכונות, הפריט נחשב כנכון.

טבלה 2

ביצוע בשלושה פריטים של המבחן בכתב (WCT) ובמבחן של תובנה מספרית (NST) של תלמידי כיתות ו' ו- ח'

הפריט	סוג התשובה	כיתה ו באחוזים	כיתה ח באחוזים
פריטים של מבחן בכתב:			
12/13+7/8		61	63
72:0.025		54	56
5/9+8/15		57	76
פריטים של תובנה מספרית:			
מבלי לחשב תשובה	א.1	10	20
מדויקת הקיפו את האומדן	* ב.2	25	38
המתאים ביותר ל 12/13+7/8	ג. 19	36	14
	ד.21	16	12
	ה. איני יודע	13	16
מבלי לחשב תשובה	א. הרבה פחות מ 72	31	14
מדויקת הקיפו את האומדן	ב. קצת פחות מ 72	18	10
הטוב ביותר ל 72:0.025	ג. קצת יותר מ 72	18	20
	* ד. הרבה יותר מ 72	33	56
איזה סכום גדול מ 1?	א. 5/11+3/7	10	9
	ב. 7/15+5/12	22	17
	ג. ½+4/9	16	20
	*ד. 5/9+8/15	52	54

* תשובה נכונה

השיטה

המבחנים (משני הסוגים) ומהימנותם הוערכו והושגו בשתי כיתות ו' ושתי כיתות ח' לפני שנאספו הנתונים המדווחים במחקר זה. עותקים של מבחנים אלה, ההוראות והפרטים ניתן להשיג ב Yang (1995/1997).

שני סוגי המבחנים נערכו בשבועות רצופים בחודש אוקטובר. כל פריט מתוך המבחן בכתב (WCT) קבל נקודה אחת לתשובה נכונה. 0 נקודות לתשובה שגויה. לא ניתן ניקוד לתשובה חלקית. כל פריט במבחן של התובנה המספרית (NST) קבל מקסימום שתי נקודות. שאלות ללא הסבר קבלו שתי נקודות על תשובה נכונה. שאלות עם הסבר קבלו נקודה אחת לתשובה נכונה ונקודה אחת להסבר . אם

ההסבר לא היה נכון או לא ברור או לא ניתן הסבר נתנו 0 נקודות. באופן כזה, במבחן של WCT, שכלל 20 פריטים, ניתן היה לקבל מקסימום 20 נקודות. במבחן של NST , שכלל 40 פריטים, ניתן היה לקבל מקסימום 80 נקודות.
תשעה תלמידים (4 מכיתה ו' ו 5 מכיתה ח') מהרמה הגבוהה ו8- תלמידים מהרמה הבינונית (4 מכל רמת כיתה) זומנו באופן אקראי לראיון שהתקיים בשפת המקום. כל הראיונות צולמו ושוכתבו.

התוצאות

התוצאות מראות שההישגים במבחן בכתב היו גבוהים מאלה במבחנים של התובנה המספרית. הקורלציה בין ה WCT ל NST שנמצאה היתה 0.53 ו 0.69 לכיתות ו' ו-ח' בהתאמה.
שיחות עם מורים ותלמידים אשרו את העובדה שהתלמידים הכירו את הפריטים של המבחן בכתב בעוד שהפריטים של התובנה המספרית היו התנסות חדשה והם חשבו שהיא מאתגרת.
למרות שתלמידי כיתה ח' הציגו ידע טוב יותר מתלמידי כיתה ו', אפיוני הצגת הידע בתוך שכבת הגיל היו קבועים. כך למשל, לא היו הבדלי מגדר מובהקים בהצלחה בשני סוגי המבחנים, וכן היתה לאורך כל הדרך הצלחה טובה יותר במבחן של חישובים בכתב מאשר בפריטים של התובנה המספרית.
בטבלה 2 אנו רואים שבעוד שהמבחן של חישוב בכתב (WCT) בדק מיומנות תלמיד במציאת פתרון מדויק של תרגיל כשהוא פותר בכתב, בדק המבחן של התובנה (NST) את יכולת התלמיד ליישם היבטים שונים של התובנה המספרית באותו חישוב.

ההישגים בחישובים בכתב היו גבוהים באופן מובהק מההישגים במבחן של התובנה המספרית. מימצאים אלה מעידים שהצלחה בחישוב אינה בהכרח מעידה על יכולת יישום של התובנה המספרית. תופעה זו חזרה על עצמה בכל רמת כיתה.

דוגמא נוספת,: במבחן של חישוב בכתב נדרשו התלמידים לחשב את התוצאה של 0.545 x 534.6 . במבחן המקביל של התובנה המספרית נאמר לתלמידים שהספרות 291357 הן תוצאה נכונה של התרגיל הנ"ל, אך הנקודה העשרונית חסרה. המשימה שלהם היתה לציין את מיקומה של הנקודה. בחישוב הצליחו 61% מתלמידי כיתה ו'. החישוב במבחן של התובנה המספרית היה צריך להיות ש 534.6 כפול מספר קצת גדול מחצי יתן תוצאה של בערך בין 250 ל 300.

87% מתלמידי כיתה ו' אמרו שהתשובה היא 29.1357 - כלומר, נראה שהם יישמו את הכלל של מיקום הנקודה העשרונית. התוצאות בכיתה ח' היו דומות.

גם בתרגיל 12/13+7/8 הצליחו לפתור בחישוב רגיל למעלה מ 60% מהתלמידים בכיתה ח', ואילו באומדן הצליחו רק 38% מהם. התלמידים לא הבינו שהערך של כל שבר למעשה קרוב ל 1 , ולכן הסכום קרוב ל 2. למעלה ממחצית התלמידים השיבו 19, 21 או שאינם יודעים. למרות שמרבית תלמידי כיתות ח' ידעו להשתמש בשיטת החישוב הסטנדרטית, רבים מהם לא תפסו את הערך של המספרים שחישבו.
למרות שתלמידים בכל רמת כיתה הציגו תוצאות טובות יותר בחישוב מאשר בפריטי תובנה מספרית מקבילים, (16 מתוך 20 בכיתה ו' ו 14 מתוך 20 בכיתה ח'),נערכה סקירה מחודשת של הפריטים שבהם זה לא התרחש כדי לראות אם יש משהו משותף ביניהם.
בדיקה של המספרים (שברים פשוטים, עשרוניים, ושלמים) והפעולות לא גילתה תבנית משותפת. למעשה, רק בפריט אחד (חילוק מספרים עשרוניים) התלמידים בשתי הכיתות בצעו טוב יותר בפריט של תובנה מספרית מאשר בפריט מקביל של חישוב.

ראיונות

הראיון של התובנה המספרית תוכנן כדי לגלות מספר מאפיינים של התובנה המספרית, הכוללים הבנה של גודל מספרים, שימוש בנקודות ייחוס , ההשפעות היחסיות של פעולות החשבון, פירוק והרכבה, ויישום הידע של מספרים ופעולות למצבים חישוביים.
אנו נדון כאן בשני מאפיינים : הבנה של גודל מספרים ושימוש בנקודות ייחוס.

גודל המספרים

הפריטים של גודל המספרים התמקדו ביחסי גודל שונים של מספרים, השוואה ,סידור, והבנה של צפיפות המספרים הרציונאלים. טבלה 3 מסכמת את התוצאות של שלושה פריטים כאלה.

טבלה 3

מספר התשובות לפריטים של גודל המספרים של תלמידים ברמה גבוהה וברמה בינונית מכיתות ו׳ ו-ח׳

פריט ראיון	תשובה	רמה גבוהה כיתה ו׳ 4 תל׳	 כיתה ח׳ 5 תל׳	רמה בינונית כיתה ו׳ 4 תל׳	 כיתה ח׳ 4 תל׳
כמה מספרים עשרוניים יש בין 1.42 ל1.43 ?	תשובות נכונות הסבר המשתמש בגודל המספר	4	5	1	1
	הסבר ללא שימוש בגודל המספר	0	0	0	0
	תשובות שגויות	0	0	3	3
כמה שברים יש בין 2/5 ל 3/5 ?	תשובות נכונות הסבר המשתמש בגודל המספר	2	5	0	0
	הסבר ללא שימוש בגודל המספר	0	0	0	2
	תשובות שגויות	2	0	4	2
סדר 0.595 ,61%, 3/8, 5/8, 0.3562	תשובות נכונות הסבר המשתמש בגודל המספר	3	5	0	1
	הסבר ללא שימוש בגודל המספר	0	0	0	0
	תשובות שגויות	1	0	4	3

ניתן לראות שהיה הבדל גדול ברמות התובנה המספרית שנרכשו בין התלמידים ברמה הגבוהה לבין אלה ברמה הבינונית בכל שכבת כיתה. לשאלה של כמה שברים בין 1.42 ל 1.43 ידעו כל התלמידים ברמה הגבוהה בכל שכבת כיתה לענות שיש אין סוף. הם גם תמכו בתשובתם בהסבר אחד לפחות. תלמיד הסביר:

> יש אין סוף מספרים, לדוגמה 1.421 1.4211 1.42111
>
> ניתן להוסיף אינסוף מספרים אחרי ה 2 של 1.42. ניתן להוסיף שברים עשרוניים רבים בין 1.42 ו 1.43 ו 1.421, 1.422... 1.4211, נמצאים בין 1.42 ל 1.43.

לעומת זאת, 6 מתוך 8 מתלמידי הרמה הבינונית טענו שיש רק 9 מספרים או 10 מספרים. הם זיהו מספרים כמו: 1.421, 1.422...1.429 כאפשרות היחידה של מספרים בין 1.42 ל 1.43. לדוגמה, אחד התלמידים טען: "יש עשרה מספרים: 1.421, 1.422....ו 1.429 הם בין 1.42 ל 1.43. כל אחד מהתלמידים האלה נתן אותן הדוגמאות, וגם כאשר המשיכו לשאול, הם לא מצאו שברים אחרים. שאלות נוספות הראו שהם לא ראו כל קשר בי 1.42 ל 1.420 .

שני תלמידים מהרמה הבינונית חשבו שאין שום מספר עשרוני בין 1.42 ל 1.43.
תלמיד אחד טען שהמספר העוקב של 1.42 הוא 1.43 ולכן אין שום מספר עשרוני ביניהם.

לשאלה של איזה שברים יש בין 2/5 ל 3/5 ידעו תלמידי הרמה הגבוהה של כיתה ח לענות נכון. רוב ההסברים היו:

2.1/5=21/50 2.2/5=22/50

אני יכול לשנות את המכנים של השברים, למשל:
2/5=400/1000 ו 3/5=600/1000 יש הרבה שברים ביניהם.

לעומת זאת, אף תלמיד מהרמה הבינונית לא ענה נכון. האמונה היתה ש 2/5 ו 3/5 הם עוקבים. לדוגמה, אחד התלמידים אמר " ההבדל בין 2 ו- 3 הוא 1. אז השבר שאחרי 2/5 הוא 3/5."

שני תלמידים הפכו את השברים לשברים עשרוניים 0.4 ו 0.6 ואז אמרו ש 0.5 ביניהם. הם לא הצליחו להשתמש בזה כדי למצוא שבר פשוט ביניהם.

כל התלמידים ברמה הגבוהה של כיתה ח' ידעו לענות נכון על ההוראה "סדרו ברצף את 0.595, 61%, 3/5, 5/8 ו 0.3562." ההסבר שלהם כלל המרה משברים פשוטים לעשרוניים. אחד התלמידים הסביר שלאחר ההמרה הוא משווה בין ספרת העשיריות ואחר כך המאיות וכו'. למשל: " 0.61 = 61%, 0.625 = 5/8, ו- 0.6 = 3/5. לכן 0.3562 < 0.595 < 61% < > 5/8."

רוב התלמידים בשתי הרמות ידעו לסדר ברצף מספרים עשרוניים. הם הצליחו פחות בסדור של שברים פשוטים.

¾ תלמידים מהרמה הבינונית התייחסו לשברים פשוטים ועשרוניים כשתי ישויות נפרדות ולא מצאו קשר ביניהם. תלמיד אחד אמר שאינו יודע להשוות עשרוניים ופשוטים למרות שלמד בכיתה, משום שלא הבין זאת.

נקודות ייחוס

השימוש היעיל של נקודות ייחוס מתקשר עם יכולת אומדן ותובנה מספרית. (J.Sowder,1992)

טבלה 4 מציגה ארבע פריטים שנועדו לעודד שימוש בנקודות ייחוס.

טבלה 4

מספר התשובות לפריטים של שימוש בנקודות יחוס של תלמידים ברמה גבוהה וברמה בינונית בכיתות ו' ו- ח'.

פריט ראיון	תשובה	רמה גבוהה כיתה ו' 4 תל'	רמה גבוהה כיתה ח' 5 תל'	רמה בינונית כיתה ו' 4 תל'	רמה בינונית כיתה ח' 4 תל'
מבלי לחשב תשובה מדויקת, האם אתה חושב שהתוצאה של 72 x 0.46 גדולה מ 36 או קטנה מ36?	תשובות נכונות הסבר המשתמש בנקודות ייחוס הסבר ללא שימוש נקודות ייחוס תשובות שגויות	 4 0 0	 5 0 0	 2 0 2	 3 0 1
מבלי לחשב תשובה מדויקת, האם אתה חושב שהתוצאה של 6 2/5:15/16 גדולה מ 6 2/5 או קטנה מ 6 2/5?	תשובות נכונות הסבר המשתמש בנקודות ייחוס הסבר עפ"י כלל הסבר לא ברור תשובות שגויות	 3 1 0 0	 3 2 0 0	 1 2 0 1	 0 4 0 0
מבלי לחשב תשובה מדויקת, האם אתה חושב שהסכום של 3/7+5/11 הוא יותר מ 1/2 או פחות מ 1/2 ?	תשובות נכונות הסבר המשתמש בנקודות ייחוס הסבר עפ"י כלל הסבר לא ברור תשובות שגויות	 1 3 0 0	 4 1 0 0	 0 1 2 1	 0 4 0 0
מבלי לחשב תשובה מדויקת, האם אתה חושב שהסכום של 3/7+5/11 הוא יותר מ 1 או פחות מ 1?	תשובות נכונות הסבר המשתמש בנקודות ייחוס הסבר עפ"י כלל הסבר לא ברור תשובות שגויות	 3 1 0 0	 4 1 0 0	 0 4 0 0	 0 4 0 0

הפריט הראשון מאפשר להשתמש בנקודות ייחוס בכפל. כל התלמידים ברמה הגבוהה ומחצית התלמידים ברמה הבינונית ידעו להשתמש בנקודת הייחוס ½ או 0.5 כדי לכפול את 72 עם 0.46 ולהחליט שזה פחות מ 36.

למרות שזו היתה השאלה הקלה מכל השאר , השיב תלמיד אחד מכיתה ו' שכפל תמיד מגדיל את התוצאה. הוא הסביר ש 72 גדול בהרבה מ 36 ולכן כפל שלו במספר יגדיל את התוצאה.

הפריט השני בטבלה 4 עודד תלמידים להשתמש בנקודת הייחוס של 1.

6 מתוך 9 תלמידים ברמה הגבוהה ידעו לפעול נכון , ורק אחד מתוך 8 התלמידים ברמה הבינונית ידע להשתמש בנקודת ייחוס זו. נראה שלדגש הניתן על החישוב האלגוריתמי בטיוואן יש כנראה השפעה על חשיבת התלמידים ועל גישתם.

אפילו התלמידים ברמה הגבוהה נטו בתחילה לפתור את 15/16 : 2/5 6 בדרך של 16/15 x 2/5 6 ואז, לחשב את התוצאה, ובנקודה זו ידעו לאמר שזה כפל במספר גדול מ 1 ולכן התשובה גדולה מ 2/5 6. רק כאשר נתבקשו לאסטרטגיה אלטרנטיבית, התלמידים ברמה הגבוהה אמרו שאפשר להשתמש בנקודת הייחוס גם בחילוק, בנוסף לכפל.

שני הפריטים הבאים איפשרו לתלמידים להשתמש בנקודות ייחוס בשברים. התלמידים ברמה הבינונית משתמשים בכללים שנלמדו, יותר מאשר בנקודות ייחוס. לדוגמא: בפריט הרביעי, כל התלמידים ברמה הבינונית חישבו קודם את התשובה המדויקת, ורק אז השוו את התוצאה ל ½. רק לאחר עידוד של החוקר הוצעה אסטרטגיה אחרת.

גם התלמידים ברמה הגבוהה נטו בתחילה לדרך האלגוריתמית אבל כשנתבקשו לדרך אחרת הם הסתייעו בנקודות ייחוס

הנה דוגמא לראיון עם תלמיד ברמה הגבוהה בכיתה ח.

ח=חוקר

ת=תלמיד

ח: מבלי לחשב תשובה מדויקת, האם אתה חושב שהסכום של 5/11+3/7 הוא יותר מ ½ , פחות מ ½ או שווה ל 1/2 ?

ת:אני חושב שהסכום של 5/11+3/7 גדול מ ½

ח: למה?

ת:כי 5/11+3/7 שווה ל 68/77 = 77/(35+33) וזה גדול מ ½

ח: יש לך דרך אחרת לענות על שאלה זו?

ת:(לאחר שחושב קצת), כן! אני חושב ש 5/11 וגם 3/7 הם קטנים מ ½ בקצת. לכן, 5/11, תוסיף מספר קטן [3/7] שיכול לעשות את הסכום גדול מ ½ ולכן הסכום של 5/11 ו 3/7 גדול מ ½

כל ראיון סייע לחשיפת נטיית התלמידים להשען על גישות מסוימות. כללית, כל התלמידים נטו בתחילה ליישם חישוב אלגוריתמי. לא נצפו תלמידים העושים רפלקציה על הבעיה ומשתמשים בתובנה המספרית, אלא רק לאחר שהחוקר בקש דרך אחרת.

למרות שהיו הבדלים בין התלמידים המרואיינים, המשותף לכולם היה שהם נשענו בתחילה על חישוב אלגוריתמי. לאלגוריתמים הכתובים המודגשים בתכנית הלימודים במתמטיקה יש השפעה עצומה על חשיבת התלמידים ועל גישותיהם.

מסקנות

מחקר זה מבוסס על שש כיתות בלבד בארבעה בתי ספר בעיר אחת (234 תלמידים), ולכן יש להתייחס למימצאים בזהירות הנדרשת.

למרות זאת, מחקר זה מספק עדויות חזקות לכך שתלמידים סיניים בטיוואן מוכיחים רמות שונות במבחנים בכתב לעומת מבחנים בתובנה המספרית.

ספציפית, תלמידים אלה הוכיחו מיומנויות חישוב גבוהות בכתב ומיומנויות נמוכות בפתרון תרגילים בהם היו צריכים להתבסס על תובנה מספרית.

תוצאות אלה תומכות בטענה של McIntosh ועמיתיו (1992) שמיומנויות חישוב גבוהות אינן מלוות בהכרח בתובנה מספרית. המימצאים מאשרים שמה שמודגש במתמטיקה הוא הדבר הנילמד, ועקביים עם הטענות ש"תשובה נכונה אינה מעידה בהכרח על חשיבה טובה" וש"על המורים לבחון יותר מאשר את התשובות, ועליהם לתבוע מתלמידיהם יותר מאשר תשובות בלבד". L.Sowder,1988 .

ראיינו 17 תלמידים בלבד, ולכן יש להיזהר בהכללות. מכל מקום, תלמידים אלה מייצגים את הרמות הגבוהות והבינוניות של התלמידים בשני סוגי המבחנים.

מימצאי הראיון מציעים שיש לבסס קשר משמעותי בין שברים פשוטים לעשרוניים. השערה זו מתיישבת עם הצהרתו של Hiebert (1984) שמרבית התלמידים אינם מקשרים בין הבנת השברים הפשוטים עם ההסמלה העשרונית.

כמו כן זה מחזק את הנאמר ע"י Markovits ו Sowder (1991), שקשרים בין מספרים עשרוניים לשברים פשוטים הם קשים לביסוס, ותלמידים בתחילה רואים בשני סוגי מספרים אלה שני ייצוגים בעלי ישויות נפרדות, שאינם קשורים זה לזה.

הראיונות גילו שהתלמידים בשתי הרמות נטו לסמוך על טכניקות של חישוב שנלמדו בבית הספר. עם זאת, נטו לעיתים התלמידים ברמה הגבוהה יותר לפעול בדרך שונה מהדרך שנלמדה. דרך זו נצפתה רק כאשר נשאלו שאלות כמו " האם אתם יכולים לבצע זאת בדרך אחרת?" זוהו עדויות מעטות לשימוש ברכיבים של תובנה מספרית כמו מציאת נקודות ייחוס לצורך חישובים שונים או סדר גודל של מספרים.

לבסוף, מחקר זה נוהל כדי לספק הבנה טובה יותר של התובנה המספרית אצל התלמידים הטייוואנים.

מעניין לציין עד כמה דומים מימצאים אלה (כמו רמות הביצוע והנטייה ליישם אלגוריתמים לחישוב), למימצאים של מדינות אחרות.

אנו מקווים שתוצאות אלה יעודדו את אלה הדוגלים במטרה של ביצוע חישובים כסדר עדיפות עליון, להתבונן מאחורי המספרים של סך התשובות הנכונות ולנסות לקבל תמונה מלאה יותר על ההתפתחות המתמטית של התלמיד ועל ההבנה של התלמיד כאשר הוא מחשב במספרים.