

גינת הירק של עדי



עדי רוצה להקים גינת ירק מרובעת בחצר ביתה. היא רוצה לסמן את גבולות גינת הירק בעזרת חבל, בכדי שמי שמשחק בחצר הבית לא ידרוך על הגידולים. עדי מעוניינת לנצל שטח גדול ככל האפשר אשר ניתן לתחום בעזרת החבל שברשותה (אורך החבל קבוע).

1. איזו שאלה מתמטית על עדי לשאול בכדי להתמודד עם הבעיה הניצבת לפנייה?
2. היעזרו בשרוך או בחוט קצר בכדי לבדוק איזו צורה על עדי לבחור. זכרו שגינת הירק שעדי תיצור תהיה ממשפחת המרובעים.
3. האם יכול להיות שהצורה אותה אנחנו מחפשים היא ממשפחת המלבנים? מדוע?
4. בחרו את הצורה בעלת השטח המקסימלי (הגדול ביותר) שניתן לתחום בעזרת חבל בעל אורך קבוע. הסבירו מדוע צורה זו הינה הצורה שעל עדי לבחור.

הנחיות למורה

מטרת הפעילות:

מטרות הפעילות הן חשיבה על שאלות מתמטיות הנגזרות מבעיות בעלות היבטים מציאותיים ועל שיטות שונות לפתרון הבעיה. בנוסף, התמודדות עם פתרון בעיית חקר בתחום הגיאומטריה ובמיוחד על צורות גיאומטריות והקשרים ביניהן, מדידת שטח והיקף.

עזרים:

- שרוך או חוט קצר
- ניירות כלי כתיבה

התאמת הפעילות:

הפעילות המוצגת מתאימה לתלמידים בכיתות ה'-ו'. בכדי להתאים אותה לכיתות מוקדמות יותר (כיתה ד') ניתן למקד את הילדים יותר, בעזרת ההצעות הבאות:

- דיון בעולם ההקשר: הציגו אפשרויות שונות לשטחים - שטחים קטנים, גדולים, בינוניים. השוו בין השטחים בהתאם למטרה של עדי.
- הנחו את הילדים לחפש צורה אפשרית לגינת הירק במשפחת המרובעים בעלי זוויות ישרות.

את הפעילות מומלץ להציע כפעילות חקר בשיעור העומד בפני עצמו.

הנחיות:

- הציגו את הבעיה בפני התלמידים במליאה. פתחו את הדיון בבעיה של עדי בחיבור לעולם המציאותי. דונו בשאלות: מה הבעיה המציאותית העומדת בפני עדי? אילו שטחי אדמה היא יכולה לקבל על פי תנאי השאלה? אילו שטחי אדמה היא שואפת לקבל? מה המשמעות של תחמת השטח בחבל שאורכו קבוע? קשרו בין אורך החבל להיקף הצורה.
- נסחו עם הילדים את הבעיה המתמטית העומדת בפני עדי: מהי הצורה הגיאומטרית המרובעת בעלת השטח המקסימלי בעלת היקף נתון?

- אפשרו לילדים להתנסות בבחינת צורות שונות, עודדו אותם להמציא שיטות שונות להשוואת השטחים (למשל על ידי גזירת הצורות וריצוף). המצאת השיטות וההשוואה ביניהן יאפשרו לחדד את החשיבה על משמעות המושג שטח.
- לאחר התנסות קצרה, ובמידה ועולה קושי בהתמודדות עם השאלה, הציעו לילדים להתמקד במרובעים מיוחדים כמו מלבנים, את ההנחיות הקפידו לבטא כשאלות ולא כהנחיות: האם יכול להיות שהצורה אותה אנחנו מחפשים היא ממשפחת המלבנים? מדוע?

שיטות אפשרויות למדידה והשוואת השטח:

- יצירת הצורות השונות מנייר או מחוטים בעלי אורך זהה, השוואה בין הצורות בעזרת גזירה וריצוף של צורה אחת באחרת.
- חלוקה של הצורות לחלקים והשוואה ביניהם.
- קביעת יחידת מדידה קבועה לשטח והשוואה באמצעותה.
- ניסיון להכללה מתמטית בעזרת קביעה של אורכי צלעות מסוימות וחישוב השטח בעזרת נוסחה.

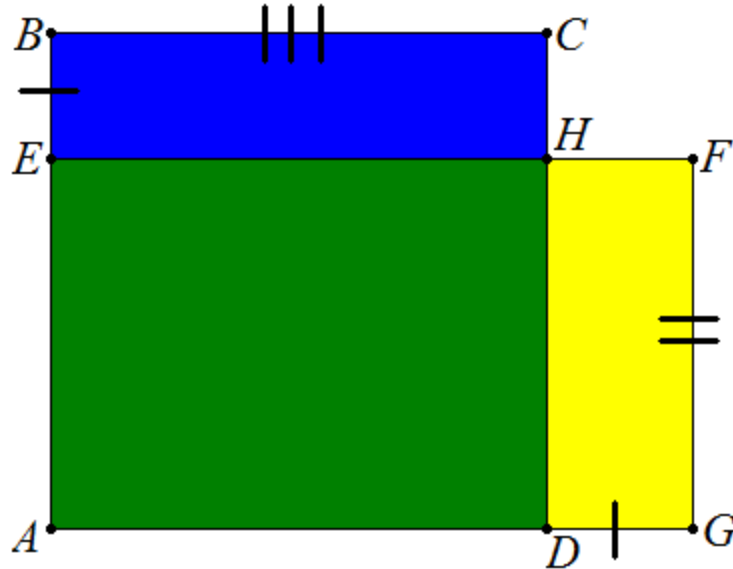
בסיום ההתנסות במדידות ובהשוואה, בקשו מהילדים להציג את הצורות שלטענתם הן בעלות השטח המקסימלי. בקשו מהם להצדיק את תשובותיהם.

דיון:

הציגו הוכחה לכך שמרובע בעל השטח המקסימלי הוא ריבוע. סיימו את הדיון בשאלת הרחבה: האם קיימת צורה גיאומטרית אחרת בעלת היקף השווה לריבוע אשר שיטחה גדול יותר? (למשל, עיגול).

לפניכם הצעה לניסוח להוכחה גיאומטרית לכך שהצורה הגיאומטרית המקסימלית ממשפחת המלבנים היא ריבוע:

בתמונה המצורפת מוצגים ריבוע ומלבן שאינו ריבוע. נקרא למלבן (צבע ירוק וצהוב) "המלבן הגדול". הריבוע והמלבן הגדול נוצרים מחוט בעל אותו האורך. שניהם לכן בעלי אותו היקף. בכדי להשוות ביניהם, נניח אותם כך שתהיה להם פינה אחת משותפת:



איזור החפיפה של הריבוע והמלבן הגדול מסומן בירוק. החלק הצהוב הוא מה שנמצא במלבן הגדול אבל לא בריבוע, והחלק הכחול הוא מה שנמצא בריבוע אבל לא במלבן הגדול. מכיוון שלריבוע ולמלבן הגדול אותו היקף, הסכום של כל שתי צלעות סמוכות שלהם שווה. ולכן, שני הקטעים המסומנים בקו אחד $| (BE, DG)$ הם בעלי אורך שווה.

כעת נשים לב שהצלע הקצרה של המלבן (הצלע FG , המסומנת בשני קווים $||$) קצרה יותר מצלע הריבוע (הצלע BC , המסומנת בשלושה קווים $|||$). קיבלנו שהמלבן הצהוב והמלבן הכחול הם שני מלבנים עם אותו רוחב שסימנו $|$ (כלומר, $DG=BE$), אבל האורך של המלבן הצהוב (הצלע FG , שמסומנת בשני קווים $||$) קטן מהאורך של המלבן הכחול (הצלע BC , המסומנת בשלושה קווים $|||$). לכן, גם השטח של המלבן הצהוב קטן יותר מהשטח של המלבן הכחול. אם נוסיף לשניהם את השטח הירוק נקבל שהשטח של המלבן הגדול (צהוב+ירוק) קטן יותר מהשטח של הריבוע (כחול+ירוק). לכן, השטח של הריבוע יותר גדול מהשטח של כל מלבן עם אותו היקף, ולכן המלבן שנותן שטח הכי גדול הוא הריבוע.