

## פירוק והרכבה – משולש שווה שוקיים ישר זווית: הנחיות למורה

### מטרות הפעילות:

מטרות פעילות זו הן לפתח ולעודד יצירתיות בקרב התלמידים בעזרת בעיית חקר פתוחה עם אילוצים, וכן עם מספר רב של פתרונות. מוקדי הפעילות הם: תכונות משולשים, בניית משולשים המורכבים ממשולשים חופפים וישרי זווית, וחשיבה אלגברית ראשונית תוך עריכת חיבורים ביניהם. הפעילות יכולה לשמש כפתיחת שיעור או כשיעור העומד בפני עצמו.

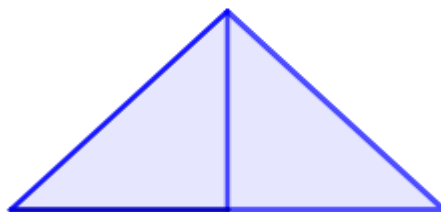
**מילות מפתח:** משולשים, תכונות משולשים, חשיבה אלגברית.

### התאמת הפעילות ואופן הפעלתה:

הפעילות המוצעת מתאימה לתלמידים בכיתות ג-ו. עבור הכיתות הנמוכות ניתן להפוך את המשימה למונחית יותר. מומלץ לאפשר לתלמידים לעבוד על הפעילות בזוגות או בקבוצות קטנות כדי לעורר שיח על השאלות המוצעות. כדאי לסכם את הפעילות בדיון כיתתי. ניתן להיעזר במשולשים לגזירה המוצעים בנספח לפעילות זו, וכן בטבלה לתיעוד הפעילות (גם היא מופיעה בנספח).

### הצעות לפתרון ולהכללות:

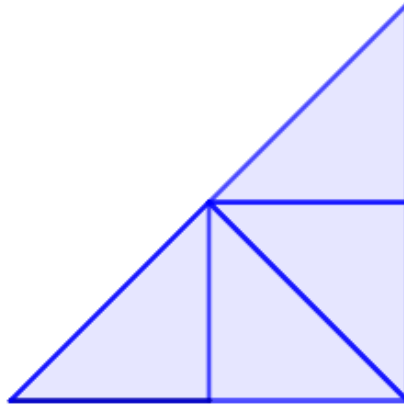
- 1. מטרת השאלה הראשונה** היא לזמן מפגש ראשוני עם הרעיון של יצירת משולש גדול מתוך משולשים קטנים ללא הגבלות. יש דרכים רבות לבנות משולשים חדשים ממספר כלשהו של משולשים ישרי זווית ושווי שוקיים. נראה את חלקן בהמשך, ולמעשה סביר שהתלמידים יציעו בניית דומות לדוגמאות אלו.
- 2. מטרת השאלה השנייה** היא לאפשר התנסות הדרגתית בבניית המשולשים: משני משולשים חופפים שווי שוקיים וישרי זווית אפשר ליצור את המשולש הבא:



איור 1: שני משולשים חופפים שווי שוקיים וישרי זווית

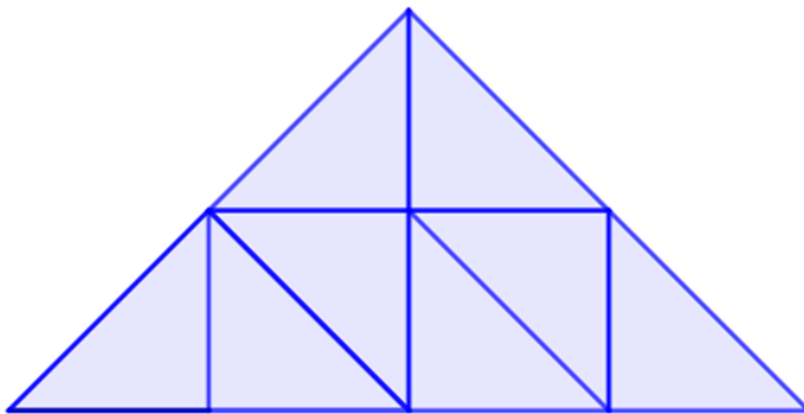
3. משולש המורכב משלושה משולשים חופפים שווי שוקיים וישרי זווית: לא ניתן להרכיב משולש משלושה משולשים חופפים, שווי השוקיים וישרי הזווית.

4. משולש המורכב מארבעה משולשים חופפים שווי שוקיים וישרי זווית (ראו איור 2):



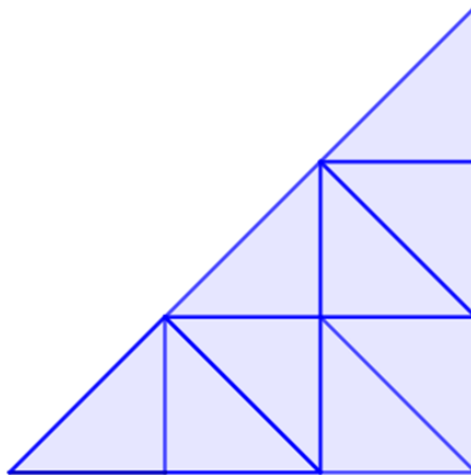
איור 2: ארבעה משולשים חופפים שווי שוקיים וישרי זווית

5. משולש המורכב משמונה משולשים חופפים שווי שוקיים וישרי זווית:



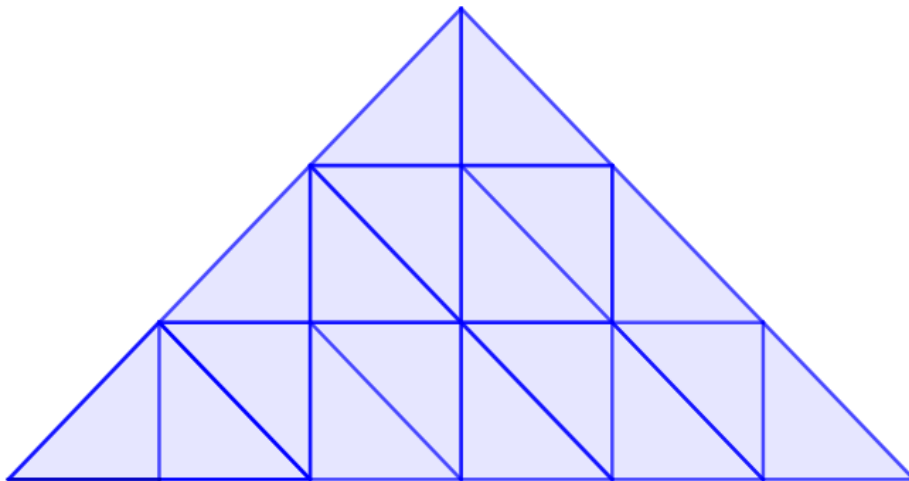
איור 3: שמונה משולשים חופפים שווי שוקיים וישרי זווית

6. משולש המורכב מתשעה משולשים חופפים שווי שוקיים וישרי זווית:



איור 4: תשעה משולשים חופפים שווי שוקיים וישרי זווית

7. בשאלה זו, בניגוד להתנסות החופשית בשאלה 1, התלמידים מוזמנים לבחור מספר כלשהו של משולשים – כאילוץ, ולבדוק אם אפשר לבנות משולש בעזרת מספר זה של משולשים. זוהי דוגמה למשולש המורכב מ-18 משולשים חופפים שווי שוקיים וישרי זווית:



איור 5: 18 משולשים חופפים שווי שוקיים וישרי זווית

8. האם תוכלו לבנות משולש שאיננו ישר זווית ושווה שוקיים?

התשובה היא שאי אפשר לבנות משולש שאיננו ישר זווית מהמשולשים ישרי הזווית ושווי השוקיים המשתתפים בבנייה. הסיבה לכך היא שגודל הזוויות במשולשים

הנתונים הוא  $45^\circ$  או  $90^\circ$ , ולכן כל הזוויות במצולע שניצור מהמשולשים חייבות להיות כפולה של  $45^\circ$ . מכיוון שמדובר במשולש, שלוש הזוויות חייבות להיות בנות  $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  (זווית בת  $135^\circ$  תיווצר במצולע שאיננו משולש. נוסף לכך, סכום הזוויות במשולש שווה ל- $180^\circ$ ), כלומר מדובר במשולש ישר זווית.

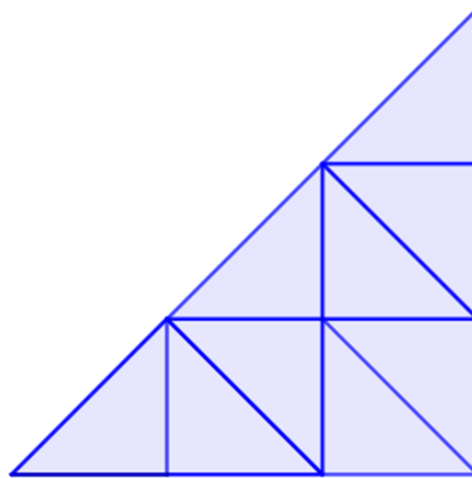
נשים לב לכך שכדי להוכיח כי מדובר במשולש שווה שוקיים, אנו זקוקים למשפטים בהנדסה, אשר אינם חלק מתוכנית הלימודים בבית הספר היסודי (למשל, סכום זוויות במשולש הוא  $180^\circ$ ; משולש שבו זוג זוויות שוות הוא שווה שוקיים). עם זאת, נוכל להסביר כי מדובר במשולש שווה שוקיים בדרכים אינטואיטיביות כמו הישענות על סימטרייה.

### 9. נסו להכליל – עבור אילו מספרים של משולשים מבין המשולשים הנתונים אפשר

#### לבנות משולש, ועבור אילו מספרים של משולשים אי אפשר לבנות משולש?

אחת הדרכים לבנות משולש גדול היא להציב משולש אחד בראש, מתחתיו שלושה משולשים, מתחתיהם חמישה משולשים, וכן הלאה.

ראו דוגמה באיור 6:



איור 6: בניית משולשים חופפים שווי שוקיים וישרי זווית

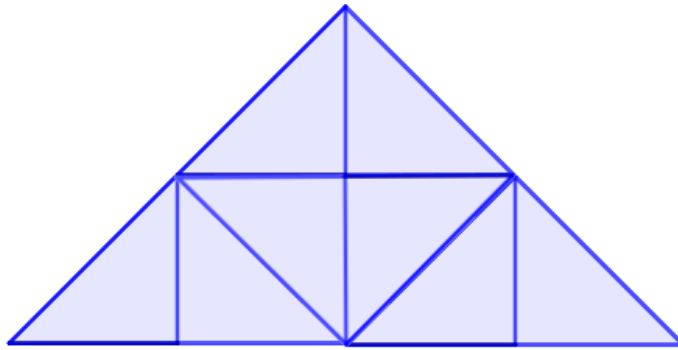
כך אפשר לבנות משולש מכל אחד מהמספרים הבאים של משולשים:  $1+3=4$ ,

$1+3+5=9$ ,  $1+3+5+7=16$ ,  $1+3+5+7+9=25$ , וכן הלאה.

המספרים המתקבלים הם ריבועים של מספרים טבעיים.

דרך נוספת היא לקבץ זוגות של משולשים, ומכל זוג משולשים לבנות משולש חדש

(ראו דוגמה באיור 7).



איור 7: בניית משולש מזוגות משולשים חופפים שווי שוקיים וישרי זווית

לסיכום, הכלל הוא שאפשר לבנות משולש אם מספר המשולשים הוא ריבוע של מספר טבעי, או פעמיים ריבוע של מספר טבעי.

1, 2, 4, 8, 9, 16, 18, 25, 32, 36, 49, 50

(הינה תיאור נוסף של הסדרה:

(1, 2, 2x2, 2x2x2, 3x3, 4x4, 2x3x3, 5x5, 2x4x4, 6x6, 7x7, 2x5x5

ריבוע של מספר טבעי  $1, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2, \dots$

פעמיים ריבוע של מספר טבעי  $2 \times 1^2, 2 \times 2^2, 2 \times 3^2, 2 \times 4^2, 2 \times 5^2, \dots$

יש לעודד את התלמידים, על אף המורכבות של התכנים, להגיע לכלל, ולאחר מכן לבטא את הרעיון הכללי בעזרת אמירות פשוטות.

## שאלות להרחבה ולדין

בדין כיתתי מומלץ לאפשר לתלמידים להציג את פתרונותיהם, ולתאר כיצד הגיעו לפתרון.

אם התלמידים יוצרים דוגמאות המזוהות כדוגמאות אבטיפוס למשולשים ישרי זווית ושווי שוקיים (משולש שבסיסו הוא היתר או כפולות של היתר), אז כדאי לדון בשאלה אם משולשים מסובבים, מוזזים או משוקפים הם חופפים או שונים.

זאת ועוד, ניתן לדון בשאלות ההרחבה הבאות:

- האם הייתם משיבים תשובה שונה אילו המשולשים החופפים היו ישרי זווית שאינם שווי שוקיים?
- האם תשובתכם הייתה משתנה אילו המשולשים החופפים היו שווי שוקיים וחד-זווית?