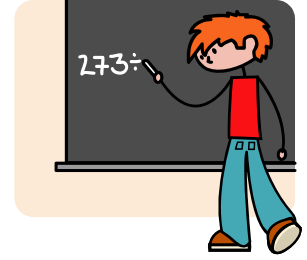


# פעולת החילוק

המשך

ד"ר מריטה ברבש, המכללה האקדמית לחינוך אחוה



בקובץ זה ניתן הסבר מפורט לשתי המשמעויות הנוספות של החילוק:

1. חילוק השלם לחלקים שווים עם שארית וללא שארית.
2. השימוש בחילוק לאו דווקא במספרים שלמים, שלהם מנה שלמה.

## חילוק שלם לחלקים שווים עם שארית וללא שארית

חילוק השלם פירושו שכל האיברים בפעולה: המחולק, המחלק, המנה והשארית – הם מספרים שלמים. יתרה מזאת, ברמת הלימוד של בית הספר היסודי כאשר מדובר בחילוק שלם, מתייחסים אך ורק למספרים טבעיים.

בדומה לחילוק להכלה, גם את חילוק השלם לחלקים שווים ניתן לפרש כפעולה ההפוכה לפעולת כפל, כאשר מתייחסים לפעולת הכפל כאיחוד של כמה קבוצות שוות גודל וזרות. במקרה זה משמעות פעולת החילוק להכלה היא חיפוש מספר קבוצות כאלו, אם נתון מספר איברים בקבוצה אחת ומספר האיברים הכולל באיחוד.

לעומת זאת, משמעות פעולת החילוק לקבוצות שוות או לחלקים שווים היא חיפוש מספר איברים בקבוצה אחת, כאשר נתון מספר קבוצות ומספר האיברים הכולל. במהלך ההוראה חשוב לחזור ולהדגיש שבשני המקרים מספרי האיברים בכל הקבוצות חייבים להיות שווים ביניהם.

### שאלה 1.

בית ספר מעוניין לרכוש 1000 עפרונות.

- א. חנות "אביבים" מציעה למכירה קופסאות של עפרונות כשבכל קופסא 25 עפרונות. כמה קופסאות כאלה צריך בית הספר לרכוש?
  - ב. מפעל "עפרוני" מציע לבית הספר לארוז את העפרונות בקופסאות כך שמספר הקופסאות יהיה כמספר הכיתות בבית הספר. בבית הספר 10 כיתות. כמה עפרונות בקופסא יארוז המפעל?
- בדוגמה זו הקבוצה הכוללת מכילה את מספר העפרונות הכולל, אותם מעוניין בית הספר לרכוש, והקבוצות השוות מכילות את מספר עפרונות בכל קופסא.

שאלה א' מהווה דוגמה לחילוק להכלה: משמעותה "כמה קבוצות בגודל נתון מכילה הקבוצה הכוללת?".

שאלה ב' מהווה דוגמה לחילוק לחלקים שווים: משמעותה "כמה איברים יהיו בכל אחת מהקבוצות שוות הגודל, אם נחלק את הקבוצה הכוללת למספר נתון של קבוצות אלה?"

כידוע, לא תמיד ניתן לחלק את מספר האיברים הכולל במספר קבוצות או בגודל הקבוצה המבוקש ולקבל מספר שלם. במקרים כאלה, כאשר מדובר בחילוק לחלקים שווים, מבצעים את החילוק לקבוצות שוות כל עוד אפשרי הדבר, כלומר, כל עוד מספר האיברים לחלוקה גדול (או שווה) למספר קבוצות.

כפי שהצגנו את החילוק להכלה כחיסור חוזר, ניתן להציג גם את החילוק לחלקים שווים כתהליך הדרגתי:

- מכניסים לכל קבוצה איבר אחד בלבד (אם מספר האיברים בקבוצה הכוללת מספיק לכך).
- במדה ונותרו איברים בקבוצה הכוללת – מוסיפים שוב איבר אחד לכל קבוצה, לאחר שבדקים האם יש מספיק איברים בקבוצה הכוללת כדי להשלים "סיבוב נוסף".
- אם לאחר מספר צעדים כאלה, לא נותרו בקבוצה הכוללת איברים בכלל, החילוק התבצע ללא שארית, במדה ונותרו בה איברים, אבל לא בכמות מספקת כדי לחלקם כך שניתן יהיה לשים איבר אחד בכל קבוצה, מספר האיברים שנותר הוא שארית החילוק.

משמעויות השארית מגוונות ורבות.

## שאלה 2

ליוני יש חוגי שחמט בימי ב' וחוגי שחייה בימי ה'. היום יום ג' ובעוד 25 ימים יש לו תחרות שחייה וגם תחרות שחמט. יוני רוצה ללכת לתחרות במקצוע שבו יהיו לו יותר אימונים בתקופה זו. לאיזו תחרות ילך יוני: בשחייה או בשחמט?

### פתרון:

25 ימים הם שלושה שבועות ו-4 ימים. 4 ימים הם למעשה השארית של חילוק 25 ב-7. זה אומר שיוני יספיק להיות 4 פעמים בשיעורי שחייה ורק שלוש פעמים בשיעורי שחמט, ולכן הוא ילך לתחרות השחייה.

למעשה, בפתרון שאלה זו גם נקטנו בדרך של חלוקה לחלקים שווים (שהם שבועות) בשיטה של "איבר אחד בכל פעם": בכל שבוע - שיעור אחד מכל סוג. ואולם, לשארית הייתה משמעות שונה לגבי כל אחד מהחוגים: במהלך ארבעת הימים הנוספים מתקיים חוג נוסף באחד המקצועות בלבד.

סוג של שאלה "קלאסית" המדגימה את משמעות חילוק השלם עם שארית, כאשר תוכן השאלה משפיע על מתן התשובה על סמך תוצאות פעולת החילוק. בניסוח א' זוהי שאלת חילוק להכלה, ובניסוח ב' זו תהיה שאלה של חילוק לחלקים שווים:

- א. 450 תלמידי בית הספר צריכים לצאת לטיול שנתי באוטובוסים. בכל אוטובוס יכולים לנסוע 40 תלמידים. כמה אוטובוסים צריך בית הספר להזמין?

פתרון:

אם נחלק את 450 ב-40, נקבל מנה 11 ושארית 10. אבל התשובה הסופית איננה כמובן 11 אוטובוסים אלא 12: נכון שהמנה בחילוק ילדים ואוטובוסים היא 11, אך זה אומר שיהיו 11 אוטובוסים מלאים. ואולם, הרי 10 ילדים לא יישארו בבית! עבורם יזמינו את האוטובוס השנים עשר!

- ב. 450 תלמידי בית הספר צריכים לצאת לטיול שנתי באוטובוסים. לחברת אוטובוסים יש 12 אוטובוסים. הנהלת בית הספר משתדלת לחלק את התלמידים כך שבכל האוטובוסים יהיה אותו מספר תלמידים.

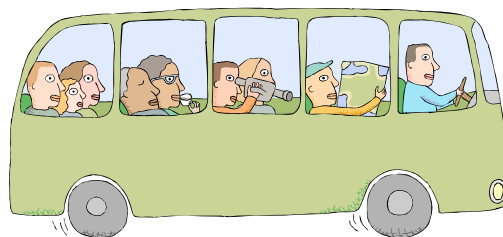
האם תצליח במשימה? ואם לא – כמה תלמידים יהיו בכל אחד מהאוטובוסים?

פתרון

450 אינו מתחלק ב-12 ללא שארית:

$$450:12=37\times 12+6$$

על כן, אחרי ש-12 אוטובוסים יתמלאו ב-37 תלמידים כל אחד, יישארו 6 תלמידים, אותם אפשר להושיב בצורות שונות: למשל, ב-6 אוטובוסים יהיו 38 תלמידים בכל אחד, וב-6 נוספים – 37 בכל אחד; או באחד האוטובוסים יהיו 43 תלמידים ובשאר 11 אוטובוסים – 37 בכל אחד. כפי שניתן לראות, השארית מובילה במקרה זה למספר תשובות אפשריות.



## חילוק לאו דווקא המספרים $fe$ עם $נה$ $fe$

השימוש בחילוק השלם מחויב במצבים שבהם הכמויות המחולקות יכולות להיות מובעות אך ורק במספרים שלמים: מספר פרחים, אנשים, מכוניות, ועוד. במקרה זה אכן מדובר בקבוצות בעלות מספר איברים סופי, וגם איחודם מהווה קבוצה בעלת מספר איברים סופי.

גדלים פיסיקליים רבים אינם מחייבים או מאפשרים את השימוש במספרים השלמים למדידת הכמות. לדוגמה, זמן, כמות הנוזל או כמות החומר הנשפך (חול, סוכר, וכדומה), אורך, ועוד. גם במקרים אלו החילוק יכול להוביל למושג של שארית.

### דוגמה 4

בקבוק משקה מכיל 1.5 ליטרים, וכוס אחת –  $\frac{1}{3}$  ליטר.

כמה כוסות אפשר למלא מבקבוק אחד?

פתרון:

$$\frac{3}{2} = 4 \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$$

על כן, אם נתחיל למלא את הכוסות, נצליח למלא 4 כוסות, ובבקבוק יישאר  $\frac{1}{6}$  ליטר – השארית. אפשר להשאיר אותה בבקבוק ואפשר למזוג לכוס החמישית, אבל היא לא תהיה מלאה.

### דוגמה 5

עובד במפעל מרכיב חלק מסוים במשך  $\frac{3}{4}$  שעה. משמרת אחת אורכת 7 שעות. כמה חלקים

כאלה ירכיב העובד במהלך המשמרת?

פתרון

$$7 = 9 \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{4}$$

לכן יספיק הפועל להרכיב 9 חלקים.

נשים לב שבשתי השאלות האחרונות השתמשנו בחילוק (שהיה חילוק להכלה), בפועל, כחיסור חוזר של המחלק, עד אשר לא יהיה ניתן לחסר.

