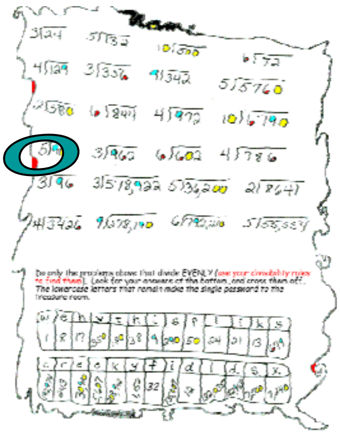


סימני התחלקות

חלק ב'

ד"ר מריטה ברבש, המכללה האקדמית לחינוך אחוה

ראינו שסימני התחלקות המבוססים על סיומת המספר מתקבלים על ידי פירוק המספר לסכום של שני מחוברים, שאחד מהם מתחלק במחלק המבוקש (2, 4, 8, 5, 25, 10 ועוד), והשני הוא זה שקובע האם המספר כולו מתחלק במחלק זה. ראינו זאת על בסיס ייצוגו העשרוני של המספר, והגענו למסקנה שעל סמך הסיומת אפשר להסיק מסקנות **אך ורק** לגבי ההתחלקות במספרים שהם מחלקים של החזקות של 10. כמו כן, הגענו למסקנה ששימוש סביר בסימני ההתחלקות הללו מוגבל לסיומת באורך של 3 - 4 ספרות לכל היותר, שכן מעבר לכך פעולת הבדיקה הופכת להיות לא יותר "חסכונית" מאשר פעולת החילוק עצמה.

סימני התחלקות המבוססים על סכום ספרות המספר

ננסה להבין כעת מהם הביסוס וגבולות השימוש בסימני ההתחלקות המבוססים על סכום ספרות המספר, או ליתר דיוק:

א. האם יש מחלקים נוספים חוץ מ- 3 ומ- 9 שסימני ההתחלקות עבורם מתבססים על סכום ספרות? אם יש - מהם? אם אין - מדוע?

ב. האם גם במקרה של סימני התחלקות המבוססים על סכום ספרות יש טעם להשתמש בהם רק עבור מספרים "לא גדולים מדי", או שאין במקרה זה מגבלה מן הסוג הזה?

א. נתחיל מהשאלה הראשונה. ראשית, היות שספרות המספר מתקבלות כחלק מייצוגו העשרוני, נתחיל מההתבוננות בייצוג זה.

לדוגמה:

$$207564 = 2\cdot10^5+0\cdot10^4+7\cdot10^3+5\cdot10^2+6\cdot10^1+4\cdot10^0.$$

נשים לב עתה כי

$$
\left\{
\begin{aligned}
10^5 &= 100\,000 = 99\,999 + 1\\
10^4 &= 10\,000 = 9\,999 + 1\\
10^3 &= 1\,000 = 999 + 1\\
10^2 &= 100 = 99 + 1\\
10^1 &= 10 = 9 + 1\\
10^0 &= 1 = 1
\end{aligned}
\right.
$$

ולכן:

$$
\begin{aligned}
\mathbf{2}\cdot 10^5 &= \mathbf{2}\cdot 100\,000 = \mathbf{2}\cdot\underline{99\,999} + \mathbf{2}\cdot 1\\
\mathbf{0}\cdot 10^4 &= \mathbf{0}\cdot 10\,000 = \mathbf{0}\cdot\underline{9\,999} + \mathbf{0}\cdot 1\\
\mathbf{7}\cdot 10^3 &= \mathbf{7}\cdot 1000 = \mathbf{7}\cdot\underline{999} + \mathbf{7}\cdot 1\\
\mathbf{5}\cdot 10^2 &= \mathbf{5}\cdot 100 = \mathbf{5}\cdot\underline{99} + \mathbf{5}\cdot 1\\
\mathbf{6}\cdot 10^1 &= \mathbf{6}\cdot 10 = \mathbf{6}\cdot\underline{9} + \mathbf{6}\cdot 1\\
\mathbf{4}\cdot 10^0 &= \mathbf{4}\cdot 1 = \mathbf{4}\cdot 1
\end{aligned}
$$

ומכאן שהמספר המבוקש ניתן להציג בצורה הבאה:

$$\mathbf{207564} = \mathbf{2}\cdot\underline{99\,999} + \mathbf{2}\cdot 1 + \mathbf{0}\cdot\underline{9\,999} + \mathbf{0}\cdot 1 + \mathbf{7}\cdot\underline{999} + \mathbf{7}\cdot 1 + \mathbf{5}\cdot\underline{99} + \mathbf{5}\cdot 1 + \mathbf{6}\cdot\underline{9} + \mathbf{6}\cdot 1 + \mathbf{4}\cdot 1$$

(נוח במיוחד לראות זאת אם נבצע חיבור במאונך לאורך העמודות כפי שמסומן בחצים).

מה נוכל ללמוד מצורת הצגה זו?

המספרים המודגשים הם ספרות המספר; המספרים המסומנים בקו תחתון הם כפולות של 9 - ממספר הכתוב ב- 5 ספרות 9 ועד 9 עצמו. על כן, ניתן "לאסוף" ביחד את המחוברים המכילים את הכפולות של 9 ולמעשה לא להתייחס אליהם היות שמה שמעניין אותנו זה רק ההתחלקות ב- 9:

$$\mathbf{207564} = (\mathbf{2}\cdot\underline{99\,999} + \mathbf{0}\cdot\underline{9\,999} + \mathbf{7}\cdot\underline{999} + \mathbf{5}\cdot\underline{99} + \mathbf{6}\cdot\underline{9}) + \mathbf{2}\cdot 1 + \mathbf{0}\cdot 1 + \mathbf{7}\cdot 1 + \mathbf{5}\cdot 1 + \mathbf{6}\cdot 1 + \mathbf{4}\cdot 1$$

כל אחד מהמחוברים בסוגריים מתחלק ב- 9 ולכן גם סכומם **תמיד** יתחלק ב- 9, תהינה ספרות המספר אשר תהינה. אז מה נותר על מנת לבדוק האם המספר כולו מתחלק ב- 9 ואם לא - מה השארית? רק את הסכום:

$$\mathbf{2}\cdot 1 + \mathbf{0}\cdot 1 + \mathbf{7}\cdot 1 + \mathbf{5}\cdot 1 + \mathbf{6}\cdot 1 + \mathbf{4}\cdot 1 = \mathbf{2} + \mathbf{0} + \mathbf{7} + \mathbf{5} + \mathbf{6} + \mathbf{4}$$

כלומר, את סכום ספרות המספר: אם הוא משאיר שארית בחילוק ב- 9 - אז זו תהיה גם השארית של המספר כולו (6 במקרה זה), ואם לא - אז גם המספר המקורי מתחלק ב- 9.

מה ישתנה אם ניקח מספר אחר? אם המספר החדש יהיה ארוך יותר או קצר יותר, יהיו יותר או פחות מחוברים בפירוק העשרוני שלו, אבל תמיד, אם נרצה, נוכל לבצע את המהלך הדומה, שכן כל חזקה של 10 ניתן להציג מצורה $10^n = \underbrace{99...9}_{n \text{ ספרות } 9} + 1$;

הרי המבנה העשרוני כולו מבוסס על כך ש- 9 היא הספרה הגדולה ביותר, וכאשר המספר מיוצג על ידי ספרות 9 בלבד, בהצגת המספר הבא חייבים להוסיף חזקה נוספת של 10.

ראינו, אם כן, שכל מספר ניתן להציג כסכום של שני מחוברים: אחד שתמיד מתחלק ב- 9 והשני - סכום ספרות המספר. על כן, סכום הספרות הוא זה שקובע האם המספר כולו יתחלק ב- 9 או לא, ואם לא - איזו שארית משאיר המספר מהחילוק ב- 9.

כשמדובר <u>בחילוק ב- 3</u>, ניתן להתבסס על אותו פירוק ולכן נגיע לאותה מסקנה, משום שתמיד הסכום שבסוגריים מתחלק ב- 3 ועל כן סכום הספרות הוא זה שגורם למספר להשאיר או לא להשאיר שארית בחילוק ב- 3, וגם קובע מהי השארית. כך למשל, המספר שבדוגמה לעיל מתחלק ב- 3 משום שסכום הספרות הוא 6.

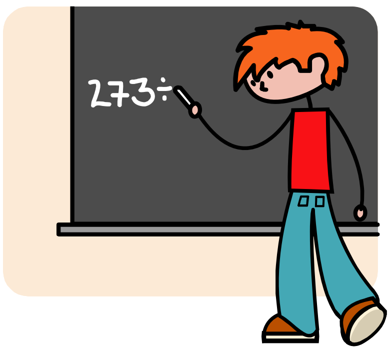
לסיכום, ניתן לנסח את סימני ההתחלקות בדומה לכפי שניסחנו את סימני ההתחלקות הקודמים:

למספר ולסכום הספרות שלו אותה שארית בחילוק ב- 9 (או ב- 3).

ניסוח זה מאפשר להשתמש בסימן ההתחלקות ב-9 (או ב-3) בשני כיוונים: לגלות מהי השארית בחילוק המספר ב-9 לפי סכום הספרות שלו, או לגלות מידע על ספרות המספר, אם ידוע שהוא מתחלק ב-9 או ידועה השארית שלו בחילוק ב-9. בהמשך נראה שימוש בכך במשחק שאפשר לשחק בכיתה.

כאשר ניסינו להבין על מה מבוסס סימן ההתחלקות, בודדנו את המרכיבים של המחולק שלגביהם ניתן לקבוע במה סכומם יתחלק **תמיד**, כלומר, תהינה ספרתיו אשר תהינה. כל המחוברים הללו מופיעים בסוגריים הראשונים, וכל ההבדל בין הדוגמה הנוכחית לבין כל מספר אחר הוא במספר המחוברים בסכום זה, שתלוי במספר ספרות 9 במחובר הראשון (כלומר, בחזקה הגבוהה ביותר של 10), ובספרות המספר. ואולם, הסכום הזה **תמיד** יתחלק ב - 9, **אך לא יותר מכך**, משום ש- 9 הוא הגורם המשותף הגדול ביותר בין כל המחוברים שבסוגריים.[1]

על כן, על סמך סכום ספרות המספר ניתן לקבוע התחלקות ב- 3 וב- 9 בלבד.



[1] כמובן, קיימים מספרים שעבורם ניתן להוציא גורם משותף גדול יותר מ- 9 מהסוגריים הראשונים (אם, למשל, כל ספרות המספר הן 5 אז המחלק יהיה 45 ולא 5), אך אם ברצוננו לקבוע סימן התחלקות כללי, לא נוכל להתייחס למקרים מיוחדים כאלה.

ב. על מנת לענות לשאלה: " האם גם במקרה של סימני התחלקות המבוססים על סכום ספרות יש טעם להשתמש בהם רק עבור מספרים "לא גדולים מדי?", נראה כיצד קבענו את השארית של סכום הספרות בחילוק ב-9 בדוגמה לעיל. אפשר כמובן לחבר את הספרות: $2+0+7+5+6+4 = 24$, ולנסות לחלק את הסכום ב - 9, אבל אפשר גם לראות ש- $2+0+7$ הם כבר 9, כלומר, סכומם לא יתרום לשארית בחילוק ב - 9, וכך גם $5+4$, ומה שנותר הוא 6.

גם אם נחבר את הספרות ונקבל את הסכום 24, אפשר לגביו שוב להשתמש בסימן ההתחלקות: $2+4=6$, ולהגיע למסקנה שהשארית מחילוק סכום הספרות, ולכן גם של המספר המקורי כולו, היא 6. כך או אחרת, ראינו שבשונה מהמקרה של סיומת, סימן ההתחלקות המבוסס על סכום הספרות איננו מוגבל למספרים "קטנים" יחסים, שכן אפשר לחזור ולהשתמש בסימן ההתחלקות עד שמגיעים למספר חד ספרתי, שהוא למעשה השארית בחילוק ב- 9 (אם איננו 9 עצמו), או מספר שממנו קל לגלות את השארית בחילוק ב-3, אם מדובר בהתחלקות ב-3 . מספר זה מכונה לעיתים "**סכום הספרות הסופי**", ואפשר להגיע אליו גם על ידי חיבור חוזר של סכומי ספרות, וגם על ידי קיבוץ איברים בסכום הספרות כפי שעשינו כאן, כך שכל סכום חלקי מתחלק ב-9.

דוגמה

במספר 9187584151045817451 נצבע בצבע אחר את הצירופים המסתכמים ב- 9: 9187584151045817451. הספרות הלא צבועות שנותרו הן 5, 0, 7, סכומן הוא 12, לכן שארית סכום הספרות בחילוק ב- 9 (ולכן גם של המספר כולו) היא 3. מאידך, המספר הזה כן מתחלק ב- 3.

דרך אחרת - להגיע לסכום הספרות הסופי:

$$9+1+8+7+5+8+4+1+5+1+0+4+5+8+1+7+4+5+1= 84$$

$$8+4=12$$

$$1+2=3$$

Jasper Johns, *Figure 9*, published 1968, National Gallery of Art, Washington,
Gift of Gemini G.E.L. 1991.74.83

http://www.nga.gov/feature/artnation/johns/biography_3.htm

דוגמה לשימוש בסימן ההתחלקות ב- 9 בניסוח הכללי יותר - **משחק "ניחוש ספרות"**.

המורה מציעה לכיתה לשחק במשחק הבא:

תלמידי הכיתה מציעים מספר בן 4 ספרות (אפשר ארוך יותר או קצר יותר, בהתאם לכיתה); המורה בתורה מציע/ה מספר באותו אורך; לאחר מכן שוב הכיתה מציעה מספר ושוב המורה, וכך הלאה מספר פעמים. לאחר מכן המורה מבקשת לצאת מהכיתה ובהיעדרה על התלמידים לחבר את כל המספרים ולהשמיט ספרה מן הסכום. כאשר המורה יחזור לכיתה, הוא יקבל מן התלמידים את סכום הספרות הנותרות ומיד יידע איזו ספרה השמיטו התלמידים.

למשל:

הכיתה:	8 7 3 5
המורה:	2 4 1 6
הכיתה:	4 0 3 3
המורה:	9 2 2 4
הכיתה:	3 2 2 6
המורה:	5 2 4 3
...	
הסכום:	**3 2 8 7 7**

אם הכיתה מחליטה להשמיט את הספרה 7, ומוסרת למורה את סכום שאר הספרות: 20, הספרה החסרה מתגלה כזו המשלימה את הסכום המתקבל עד הכפולה הקרובה ביותר של 9.

מדוע? סוד המשחק הוא בכך שבכל פעם שמגיע תור המורה להציע מספר, הוא (היא) משלים/מה את המספר שנתנו התלמידים לכפולה של 9, וזאת קל לעשות בהסתמך על הספרות המספר; כך למשל, את המספר 8735 משלימים, למשל, על ידי 2416 משום ש-2 משלים את 7 ל- 9, 4 משלים את 5, 6 - את 3, ו- 1 את 8, וכך מובטח שסכום שני המספרים הראשונים מתחלק ב -9. את המספר 4033 משלימים לכפולה של 9 על ידי כך שיוצרים מספר שבו אחת הספרות - 9 וסכום האחרות הוא 8, המשלים את סכום הספרות של המספר המקורי ל- 9+18; וכדומה. כך כל שני מספרים מתחברים לכפולה של 9 ועל כן גם הסכום כולו מתחבר לכפולה של 9.

<u>הערה</u>: המורה יכולה לבקש מהתלמידים לא להשמיט ספרות 0 ו-9 או אם עשו כך, תשובתו במקרה זה תהיה: "השמטתם 0 או 9".

סימן ההתחלקות ב- 11

כפי שראינו, אין יותר סימני התחלקות המתבססים על סכום ספרות המספר. עם זאת, סימן ההתחלקות ב- 11 גם הוא מתבסס על חיבור ספרות המספר אבל בצורה מעט יותר מורכבת. נסביר אותו בדוגמה:

נבדוק האם המספר 292304317510451 מתחלק ב- 11. לשם כך נסמן בדרך כלשהי את הספרה השמאלית ביותר של המספר ונמשיך לסמן כל ספרה שנייה ממנה; למשל, נמתח קו מתחת לספרות הללו: $\underline{2}9\underline{2}3\underline{0}4\underline{3}1\underline{7}5\underline{1}0\underline{4}5\underline{1}$. נחבר בנפרד את כל הספרות המסומנות ואת כל הספרות הלא מסומנות:

$$\underline{2}+\underline{2}+\underline{0}+\underline{3}+\underline{7}+\underline{1}+\underline{4}+\underline{1} = 20; \quad 9+3+4+1+5+0+5 = 27$$

ונחסיר מהסכום הגדול יותר את הסכום הקטן יותר: $27 - 20 = 7$. אם ההפרש איננו כפולה של 11, אז המספר עצמו איננו מתחלק ב- 11 (כמו במקרה הנוכחי), ואם ההפרש הוא כפולה של 11 (כולל 0), אז המספר כולו מתחלק ב- 11. במילים אחרות, אנחנו רושמים את סכום ספרות המספר אבל עם סימנים מתחלפים: ספרה בסימן "+" והספרה הבאה אחריה - בסימן "-", וכך הלאה.

גם סימן התחלקות זה ננמק בהסתמך על המבנה העשרוני. נשים לב שכל חזקה זוגית של 10 היא מספר בעל מספר זוגי של אפסים, ועל כן המספר שלפניו רשום בעזרת מספר זוגי של ספרות 9 ולכן מתחלק ב-11, לדוגמה: $10^6 = 1000000 = 999999 + 1 = \underbrace{11\cdot 90909}_{\text{כפולה של 11}} + 1$. היות שמה שמעניין אותנו הוא רק העובדה ש-999,999 מתחלק ב-11, נרשום זאת בצורה $10^6 = \underbrace{11\cdot(...)}_{\text{כפולה של 11}} + 1$.

נראה מה קורה עם החזקות האי זוגיות של 10, למשל, 10^7:

$$10^7 = 10\cdot 10^6 = 10[11\cdot(...)+1] = \underbrace{10\cdot 11\cdot(...)}_{\text{כפולה של 11}} + 10 = \underbrace{10\cdot 11\cdot(...)}_{\text{כפולה של 11}} + 11 - 1 = \underbrace{10\cdot 11\cdot(...) + 11}_{\text{כפולה של 11}} - 1$$

http://www.somerset.k12.md.us/PAE/Backup/mathmonth.htm

נרשום כעת את סדרת החזקות של 10 בצורה זו (נזכור ש-$1=0\cdot 11+1$), נקבל:

$$10^0= \quad 1 \quad = 11 \text{ כפולה של } + 1$$

$$10^1= \quad 10 \quad = 11 \text{ כפולה של } - 1$$

$$10^2= \quad 100 \quad = 11 \text{ כפולה של } + 1$$

$$10^3= \quad 1000 \quad = 11 \text{ כפולה של } - 1$$

$$\ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots$$

$$10^{2k}= \quad 1\underbrace{00\ldots0}_{2k\text{ אפשים}} \quad = 11 \text{ כפולה של } + 1$$

$$10^{2k+1}= \quad 1\underbrace{00\ldots0}_{2k+1\text{ אפשים}} \quad = 11 \text{ כפולה של } - 1$$

כאשר רושמים את הפירוק העשרוני של המספר המקורי ומפרידים ממנו את המחובר המכיל את כל הכפולות של 11 ובשל כך מתחלק **תמיד** ב- 11, בדומה לכפי שעשינו עבור סימן ההתחלקות ב-9, נשארים עם ביטוי שאך ורק ממנו יכולה להיווצר השארית בחילוק ב- 11, ובו ספרות המספר מופיעות בסימנים מתחלקים: ספרות הכופלות את חזקות הזוגיות של 11 מופיעות בסימן "+", והספרות הכופלות את החזקות האי זוגיות - בסימן "-" (ביטוי זה יכול להיות שלילי, ואז נתייחס לערכו המוחלט).

דוגמה 1:

עבור המספר $\underline{4}4$ נקבל $4-4=0$, ולכן מספר זה מתחלק ב-11.

דוגמה 2:

עבור המספר $\underline{5}0\underline{6}$ נקבל $5-0+6=11$, ואכן $506= 46\cdot 11$.

דוגמה 3:

עבור המספר $\underline{3}7\underline{0}8\underline{4}$ נקבל $3-7+0-8+4=-8$, ולכן המספר 37084 לא מתחלק ב-11.

לעומת זאת, עבור המספר $\underline{3}7\underline{0}8\underline{1}$ נקבל $3-7+0-8+1= -11$, ואכן $37081=3371\cdot 11$

נשים לב שבניגוד לסימן ההתחלקות ב- 9, לא נטען כאן שהשארית של סכום הספרות המתחלף היא גם שארית החילוק של המספר המקורי כולו ב- 11.

טעויות נפוצות בשימוש בסימני התחלקות

ברוב המקרים, על מנת שהתלמידים יוכלו להיווכח בכך שעשו טעות, כדאי להציע להם דוגמה נגדית תוך הדגשה שהכלל שהם מציעים אמור לעבוד **תמיד.**

א. אחת הטעויות הנפוצות ביותר היא בלבול בין סימני התחלקות שונים המוביל לבחירה בסימן ההתחלקות הלא נכון; למשל, חיבור ספרות על מנת לגלות האם המספר מתחלק ב-4, וכדומה.

ב. סוג נוסף של טעויות כרוך בשימוש בלתי הולם בכינויי האיברים המשתתפים בפעולת החילוק, למשל, בבלבול בין מחלק למחולק, בין מנה לשארית וכדומה. ביטוי נוסף לטעות זו הוא בלבול בניסוחים מילוליים מהסוגים: "4 מתחלק ב- 8" במקום "8 מתחלק ב- 4",; אמירות מהסוג "אם מספר מתחלק ב- 2 אז הוא גם מתחלק ב- 4" במקום ההפך, וכדומה.

ג. טעות נוספת היא חוסר הבחנה ברורה בין פעולת חילוק לבין בדיקת התחלקות; כך למשל, במקום לטעון במילים ש- 36 מתחלק ב- 4, (או לכתוב בסימנים המתמטיים $4|36$), רושמים $\frac{36}{4}$ או 36:4. רישום כזה אינו מעיד שלא תהיה שארית בחילוק.

ד. **הכללת יתר**: למשל, חיבור ספרות ובדיקה האם הוא מתחלק ב- 7 כדי לקבוע התחלקות ב- 7 של המספר כולו, וכדומה. דוגמה נוספת להכללת יתר היא הרחבת סימן ההתחלקות ב- 3 וב-9 לחזקות נוספות של 3, למשל, הטענה שאם סכום הספרות מתחלק ב- 27 אז המספר מתחלק ב- 27. ראינו שלא נכון לטעון זאת וראינו גם מדוע זה לא נכון, אך אפשר גם להביא דוגמה נגדית לכך: המספר 554454 אינו מתחלק ב- 27, למרות שסכום ספרותיו שווה ל-27. הערה: קל ליצור דוגמאות נגדיות נוספות; כך למשל, המספר 545454 מתחלק ב- 27, אבל המספר 545445 - לא; סכום ספרותיו גם הוא 27 כמו של המספר הקודם, אבל ההפרש בין שני המספרים הוא 9 לכן לא יכולים שניהם להתחלק ב- 27.

ה. הטעות הנפוצה שאולי הכי קשה אך גם חשוב מאד להתמודד אתה, היא שימוש בלתי נכון ב**סימני ההתחלקות הנגזרים.** נזכיר שסימני ההתחלקות הנגזרים הם אלה המתבססים על פירוק לגורמים של **המחלק** ושימוש בסימני ההתחלקות לגבי כל אחד מהגורמים שלו **באופן בלתי תלוי**, כפי שראינו, למשל, בדוגמה של סימן ההתחלקות ב- 6. הטעות הנפוצה היא בכך שהתלמידים לא מקפידים על כך שהפירוק יהיה **לגורמים זרים זה לזה**, (כולל האפשרות שאחד מהם כולל את השני כגורם).

אם שני הגורמים אינם מספרים זרים זה לזה, אופן בדיקת ההתחלקות בכל אחד מהם איננו בלתי תלוי. לדוגמה: אם נרצה לבדוק האם מספר כלשהו, למשל, 30, מתחלק ב- 12, נכון יהיה לפרק את 12 לגורמים כך: $12=4\cdot3$, ולבדוק בנפרד התחלקות של 30 ב- 3 וב- 4. לא יהיה נכון לפרק את המחלק 12 כך: $12=2\cdot6$, ולבדוק האם 30 מתחלק ב- 2 וב- 6, שכן בדיקת ההתחלקות ב- 6 תלויה בבדיקת ההתחלקות ב- 2, אך ברור שבדיקה נוספת לא תוסיף גורם נוסף 2 הנחוץ כדי שמספר יתחלק ב- 12.

חשוב לציין שבמקרה של טעות מן הסוג הזה הדוגמה הנגדית לא מועילה ולא מונעת את חזרת הטעות, כיוון שלא ברור ממנה מהי סיבת הטעות. במילים אחרות, אין זה מספיק לומר: " 30 מתחלק ב-6 וגם ב-2 אך לא מתחלק ב-12", או "20 מתחלק ב-4 וב-2 אך לא מתחלק ב-8", אלא יש להסביר מדוע אין זה נכון.

על מנת להסביר את הטעות, אפשר לרשום כך: $12 = 2\cdot2\cdot3$. כל מספר המתחלק ב-12 ניתן לרשום בצורה $12\cdot(\ldots) = 2\cdot2\cdot3\cdot(\ldots)$, ומכאן חייב שיהיו בו שני גורמים 2 (לפחות) וגורם אחד (לפחות) 3. אם בודקים שהמספר מתחלק ב-6, בכך כבר בודקים שהוא מתחלק ב-2 אבל זה לא מבטיח שיש בו שני גורמים 2.

<u>לסיכום</u>: על מנת להשתמש בסימני ההתחלקות הנגזרים, יש לפרק את המחלק לגורמים זרים; רק אז בדיקת ההתחלקות של המחולק בכל אחד מהם תהיה בלתי תלויה מבדיקת ההתחלקות בגורמים האחרים.

דוגמאות

- כדי לבדוק שהמספר מתחלק ב-45, יש לפרק אותו כך: $45=5\cdot9$ ולהשתמש בסימני ההתחלקות ב-5 וב-9; לא יהיה נכון לפרק אותו כך: $45=15\cdot3$, משום שבדיקת ההתחלקות ב-15 כבר מחייבת בדיקת ההתחלקות ב-3.
- יש להשתמש בסימן ההתחלקות ב-8 אותו תיארנו לעיל **ולא לטעון** שאם מספר מתחלק ב-4 וב-2 אז הוא מתחלק ב-8;
- כדי לבדוק שמספר כלשהו מתחלק ב- 100, יש לבדוק שהוא מתחלק ב- 4 וב- 25, ולא שהוא מתחלק למשל ב- 10, ב- 2 וב- 5.

שימושים ברמה של בית הספר היסודי

א. בדיקת נכונות החישובים שנעשו במחשבון ובקרה עצמית מודעת: במוקדם או במאוחר יש ללמד את התלמידים להשתמש במחשבון, אך שימוש זה צריך להיות מושכל ונבון, בכך שיתבסס על הידע בחשבון ובפרט, על סימני התחלקות. כך למשל, אם תלמיד אמור לכפול 35 ב-178 ובטעות מקליד 36 ולא 35, הוא יכול לזהות את הטעות בקלות אם יהיה מודע לכך שספרת היחידות לא יכולה להיות 4, כאשר אחד הגורמים מתחלק ב- 5. דוגמה נוספת: אם תלמיד אמור לכפול 111 ב- 102 הוא יכול לוודא שהמכפלה מתחלקת ב- 9 שכן כל אחד מהגורמים מתחלק ב- 3.

ב. **פירוק לגורמים של מספרים בצורה נבונה**; למשל, המספר 39600, בעזרת סימני ההתחלקות, מתפרק לגורמים בשלושה שלבים בלבד:

שלב 1: $39600=396\cdot100$

שלב 2: 396 מתחלק ב- 9, גם ב- 4 וגם ב- 11, ולפי האומדן אלה כל הגורמים שלו, על כן $396=36\cdot11$.

שלב 3: $2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot3\cdot3\cdot5\cdot5\cdot11 \quad = \quad \underbrace{100}_{2\cdot2\cdot5\cdot5}\cdot\underbrace{36}_{2\cdot2\cdot3\cdot3}\cdot11 \quad = \quad 39600$

לשם השוואה, התהליך המקובל של פירוק לגורמים של מספר כזה צריך לכלול 8 שלבים.

ג. **צמצום שברים**; על המורים בבית הספר היסודי להקפיד ללמד את התלמידים לצמצם שברים, כחלק חשוב במעבר לאלגברה ולפישוטים של שברים אלגבריים, משוואות וכדומה. שימוש מושכל בסימני התחלקות מייעל את החיפוש של המחלק המשותף הגדול ביותר בין מונה השבר למכנהו. לדוגמה: $\frac{375}{150}$. 375 מתחלק גם ב- 25 וגם ב- 3, ו- 150 מתחלק גם הוא ב- 25 וגם ב- 3, ולכן את השבר הזה ניתן לצמצם ב- 75 (אפשר להשתמש במחשבון!) ולקבל $\frac{375}{150}=\frac{5}{2}$. השבר שהתקבל הוא כבר שבר מצומצם. נשים לב שרק השימוש במחשבון במקרה הזה לא ממש מייעל את צמצום השבר, אם לא יודעים במה צריך לחלק את המונה ואת המכנה. דוגמה נוספת: $\frac{121}{308}$. גם המונה וגם המכנה מתחלקים ב- 11, על כן אפשר לצמצם את השבר ולקבל $\frac{121}{308}=\frac{11}{28}$, וזהו שבר מצומצם.