מינהלת מל"מ
המרכז הישראלי לחינוך מדעי טכנולוגי
ע"ש עמוס דה שליט

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
אגף א' מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

אוניברסיטת חיפה
University of Haifa
جامعة حيفا

מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי
المركز القطري لمعلمي الرياضيات في المرحلة الابتدائية

משרד החינוך - המזכירות הפדגוגית, אגף א' למדעים

השוואת שברים עשרוניים

מטרה: לחשוף תפיסות שגויות הקשורות בהשוואת שברים עשרוניים.

* פעילות זו מבוססת על המאמר:

Resnick, L. B., Nesher, P., Leonard, F., Magone, M., Omanson, S., & Peled, I. (1989). Conceptual bases of arithmetic errors: The case of decimal fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, *20*(1), 8-27.

פיתוח ועיבוד: ברכה סגליס, לובה ויסוצ'אנסקי, ד"ר אתי נוי, ופרופ' ראיסה גוברמן.

מרכז המורים מופעל על ידי אוניברסיטת חיפה עבור משרד החינוך במסגרת מכרז מס' 22/11.2020:
הקמה והפעלה של מרכזי מורים ארציים במקצועות הבאים: מדעים, טכנולוגיה ומתמטיקה.

מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי –- הפקולטה לחינוך, אוניברסיטת חיפה
שדרות אבא חושי 199, הר הכרמל, חיפה, מיקוד 3498838

טל' 04-8240646; פקס. 04-8288073; דוא"ל: mathcntr@edu.haifa.ac.il; אתר: http://ymath.haifa.ac.il

השוואת שברים עשרוניים

1. סמנו בכל זוג שברים את השבר הגדול יותר והסבירו כיצד ידעתם:

א. 0.642   0.64

ב. 0.537   0.5317

2. הילה ושירן התבקשו להשוות את זוג השברים הבאים:

4.29   4.209

הילה אמרה ש־4.29 הוא השבר הגדול יותר.

שירן אמרה ש־4.209 הוא השבר הגדול יותר.

התשובה של מי נכונה? הסבירו מדוע?

מעטפת פדגוגית

מטרת הפעילות	לחשוף תפיסות שגויות הקשורות בהשוואת שברים עשרוניים.
הנושא בתוכנית הלימודים	כיתה ה': השוואת שברים עשרוניים (עמ' 103). הפעילות מיועדת לכיתות ה'-ו'.
תיאור כללי של הפעילות	השוואת שברים עשרוניים היא חלק מהבנת משמעות השבר העשרוני. האופן שבו התלמיד מבצע את ההשוואה מעידה על הבנתו. ישנן דרכים שונות להשוות: - ניתן להשוות בין ספרות שנמצאות באותו המקום, כמו ספרת העשיריות בשני השברים ואחר כך ספרת המאיות וכו' (האלגוריתם המקובל של השוואת שברים עשרוניים). במידת הצורך אפשר להרחיב את השברים העשרוניים (כגון $0.2 = 0.20 = 0.200$), אך קיימים שברים עשרוניים שלא ניתנים להרחבה בשיטה זו, למשל שברים מחזוריים (כגון $0.3333333\ldots$). - ניתן להמיר לשבר פשוט ולבצע השוואה על פי אלגוריתם ההשוואה המקובל של שברים פשוטים. - ניתן להשוות באמצעות נקודות אחיזה כמו חצי, רבע, שלם ועוד. ישנם תלמידים שבתחילת לימוד הנושא של שברים עשרוניים פועלים לפי תפיסות שגויות המבוססות על כללים אחרים: כלל השלמים וכלל החלקים. תלמיד/ה הפועל/ת לפי **כלל השלמים** מתבונן/ת רק בספרות שמימין לנקודה העשרונית, ומתייחס/ת אליהן כאל מספר שלם. בהתאם לכך ה"מספר" הגדול יותר מעיד שהשבר גדול יותר (בהנחה שהחלקים השלמים הנמצאים משמאל לנקודה העשרונית, שווים. אם לא, אז תחילה משווים את השלמים). כך בהשוואה בין 0.537 ל-0.5317 התלמיד/ה י/תאמר שהשבר השני גדול יותר "כי 5317 גדול מ-537". תלמיד/ה הפועל/ת לפי **כלל החלקים** מתבונן/ת גם הוא/היא רק בספרות שמימין לנקודה העשרונית (בהנחה שהחלקים השלמים הנמצאים משמאל לנקודה העשרונית, שווים. אם לא, אז תחילה משווים את השלמים), אבל מתייחס רק אל

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
המקום שלהם (ולא לגודל המספר). לדוגמה: אם יש שתי ספרות מימין לנקודה העשרונית אז המספר הוא "במאיות", ואם יש שלוש ספרות מימין לנקודה העשרונית אז המספר הוא "באלפיות", ומכיוון שאלפיות קטנות ממאיות אז המספר כולו קטן יותר. כך בהשוואה בין 0.642 ל-0.64 התלמיד/ה י/תאמר שהמספר 0.64 גדול יותר "כי יש בו רק מאיות, ואילו במספר 0.642 יש אלפיות שהן קטנות יותר".
שימו לב ששני הכללים האלה הפוכים זה לזה, ולכן כל תלמיד/ה יצליחו להשוות נכון בחלק מן המקרים.
הסבר נוסף ודרכים לחיזוק המשמעות של השבר העשרוני ניתן למצוא במאמר: ערך המקום כמפתח להוראת פעולות במספרים עשרוניים.

מבחינה דידקטית חשוב שהתלמיד/ה י/תבצע תחילה את כל המשימות בעצמו/ה, ורק לאחר מכן ניתן להתערב אם הוא/היא שוגה. אם המשימה ניתנת בקבוצה מומלץ לאפשר לתלמידים לערוך את הדיון ביניהם לפני שנעשית התערבות. כך אפשר לחשוף תפיסות שגויות ולטפל בהן.
</td>
</tr>
<tr>
<td>שימוש בעזרים או בכלים דיגיטליים</td>
<td>

רישום המספרים בתוך טבלת ערך המקום. לדוגמה:

<table>
<tr><th>מאות</th><th>עשרות</th><th>אחדות</th><th>•</th><th>עשיריות</th><th>מאיות</th><th>אלפיות</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>0</td><td>•</td><td>6</td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>0</td><td>•</td><td>6</td><td>4</td><td>2</td></tr>
</table>

שימוש ביישומונים: בסיס 10, דיסקיות ערך המקום, חשבונייה, ישר המספרים.

</td>
</tr>
<tr>
<td>ידע קודם הכרחי לביצוע הפעילות</td>
<td>

הבנת העקרונות של המבנה העשרוני.
הכרת משמעות השבר העשרוני כייצוג נוסף של מספר רציונלי.

</td>
</tr>
</table>

דרכי פתרון אפשריות	1. אפשר להשוות כל ספרה לפי ערך המקום שלה משמאל לימין. לדוגמה: 0.537 לעומת 0.5317. בשניהם יש אפס (0) באחדות. בשניהם ישנה הספרה 5 בעשיריות. בשניהם ישנה הספרה 3 במאיות. בשבר הראשון ישנה הספרה 7 באלפיות, ואילו בשבר השני ישנה רק הספרה 1 באלפיות. 7 גדול מ־1, אז השבר הראשון גדול יותר. 2. אפשר להפוך שבר עשרוני לשבר פשוט ולהשוות באמצעות הבאתם של השברים למכנה משותף: $0.64=\frac{64}{100}=\frac{640}{1000}$ $0.642=\frac{642}{1000}$ $\frac{640}{\mathbf{1000}}<\frac{642}{\mathbf{1000}}$ כאשר המכנה הוא 1,000 ובמונה יש 642 לעומת 640, ברור ש- $\frac{642}{1000}$ גדול יותר מ-$\frac{640}{1000}$. 3. אפשר להרחיב את השבר העשרוני כך שמספר הספרות מימין לנקודה העשרונית, יהיה זהה בשני השברים, ואז אפשר לערוך השוואה ביניהם. לדוגמה: 4.209 < 4.290. 4. אפשר לסמן את השברים על ישר המספרים: שבר שנמצא קרוב יותר לחץ (בתנאי שעל ישר המספרים יש חץ אחד המראה את כיוון הגידול של המספרים) יהיה שבר גדול יותר.
טעויות שיכולות להצביע על קשיים בהבנת המושג או המיומנות	• התלמיד/ה י/תפעל לפי **כלל השלמים:** במשימה 0.64 לעומת 0.642, עשויים/ות להשיב נכון, ואילו במשימה 0.537 לעומת 0.5317 עלולים/ות לשגות. גם במשימה 4.29 לעומת 4.209 עלולים לשגות ולנמק בכך ש־209 גדול מ־29. • התלמיד/ה י/תפעל לפי **כלל החלקים:** במשימה 0.64 לעומת 0.642, עלולים/ות לשגות, ואילו במשימה 0.537 לעומת 0.5317 עשויים/ות להשיב נכון.

במשימה 4.29 לעומת 4.209 הוא/היא גם י/תענה נכון וי/תנמק זאת בכך שב־4.209 יש אלפיות, ואילו ב־4.29 יש רק מאיות, ומכיוון שאלפיות קטנות יותר ממאיות אז המספר הגדול הוא 4.29.

- התלמיד/ה י/תוסיף אפסים מימין לשבר שיש בו פחות ספרות כדי לקבל שני שברים בעלי אותו מספר ספרות מימין לנקודה העשרונית, ואז י/תתבונן בשני השברים כאילו הם מספרים שלמים וי/תנמק כמו תלמיד/ה שפועל/ת לפי כלל השלמים (ולא מתוך הבנה שביצע/ה הרחבת שברים).
- גם אם במשימה 1 התלמיד/ה י/תפעל נכון, הרי שבמשימה 2 שבה משווים בין 4.29 ל־4.209 התלמיד/ה י/תאמר ששני השברים שווים, כי האפס לא נחשב. לתלמיד/ה זה/זו יש בעיה בהבנת תפקיד האפס כשומר מקום, ובהבנת ערך המקום של כל ספרה במספר.

הצעות לדיון בתום המשימה

- אם התלמידים/ות השיבו נכון במשימה הראשונה ונימקו בהתאם מי השיבה נכון במשימה השנייה, יש לשאול: "מדוע לדעתכם שירן טעתה?" "מה יכול לגרום לה לעשות טעות כזאת?"
  הדיון יכול להתפתח בכיוון של: אילו עוד סוגי טעויות יכולים להיות ומה צריך להסביר למי שטועה באופן כזה?
- אם התלמידים/ות פועלים/ות בעצמם/ן לפי אחת מהתפיסות השגויות יש לנהל דיון על הרציונל של התפיסה השגויה, ומדוע הוא לא מתאים **בחלק מן המקרים**. יש לבסס את חשיבות ההתייחסות לערך המקום של כל ספרה במספר.
- אם התלמידים/ות מגלים/ות בעצמם/ן תוך כדי ביצוע המשימות שהתשובות שלהם/ן שונות זו מזו יש לשאול: "מדוע קיבלתם/תן תשובות שונות? מי יכול לשכנע שהוא צודק?" בהתאם לדיון שמתפתח ניתן להמשיך כדי לבסס את חשיבות ההתייחסות לערך המקום של כל ספרה במספר.

הצעות להרחבת המשימה

לפניכם/כן זוגות של שברים עשרוניים. מצאו לפחות שתי דרכים שונות להשוות ביניהם. הסבירו כיצד פעלתם/תן.

0.503	0.305		
0.173	0.73		

		3.012	3.02
		10.1	10.10
		0.532	0.4321
		0.700	0.007
		0.799	0.97