מינהלת מל"מ
המרכז הישראלי לחינוך מדעי טכנולוגי
ע"ש עמוס דה שליט

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
אגף א' מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

אוניברסיטת חיפה
University of Haifa
جامعة حيفا

مركز مورين أرتسي للرياضيات في التعليم الأساسي
المركز القطري لمعلمي الرياضيات في المرحلة الابتدائية

משרד החינוך - המזכירות הפדגוגית, אגף א' למדעים

مُقارنة أعداد عَشريّة

اَلهَدف: اَلكَشف عَن مَفاهيم خاطِئة عِند مُقارنة أعداد عَشريّة.

* تستند هذه الفعالية على المقال:

Resnick, L. B., Nesher, P., Leonard, F., Magone, M., Omanson, S., & Peled, I. (1989). Conceptual bases of arithmetic errors: The case of decimal fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, *20*(1), 8-27.

إعداد وتطوير: פרופ' ראיסה גוברמן, ד"ר אתי נוי, ברכה סגליס ולובה ויסוצ'אנסקי

מרכז המורים מופעל על ידי אוניברסיטת חיפה עבור משרד החינוך במסגרת מכרז מס' 22/11.2020:
הקמה והפעלה של מרכזי מורים ארציים במקצועות הבאים: מדעים, טכנולוגיה ומתמטיקה.

מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי -- הפקולטה לחינוך, אוניברסיטת חיפה
שדרות אבא חושי 199, הר הכרמל, חיפה, מיקוד 3498838

טל' 04-8240646; פקס. 04-8288073; דוא"ל: mathcntr@edu.haifa.ac.il; אתר: http://ymath.haifa.ac.il

مُقارَنَة أعداد عَشرِيَّة

1. حَوِّطوا العَدد الأكبَر مِن بَين كلّ عَددين في كل بَند واِشرَحوا كيف عَرفتم:

أ. 0.642 0.64

ب. 0.537 0.5317

2. طُلِب مِن هديل وشِرين أنْ تُقارِنا بَين اَلعَددين التّاليَين:

4.29 4.209

قالَت هديل انَّ العدد 4.29 هو الأكبَر.
قالت شِرين أنَّ العَدد 4.209 هو الأكبَر.
مَن مِنهما إجابتها صَحيحة؟ اِشرَحوا لِماذا؟

أساليب تَدريس بيداغوجِيَّة في الرّياضِيّات

هَدف الفَعالِيَّة	اَلكشف عن مفاهيم خاطئة عند مقارنة أعداد عشريّة.
المَوضوع في المِنهاج التَّعليمي	الصّف الخامس: مقارنة أعداد عشريّة (صفحة 144). الفعاليّة مُعدَّة للصّفين الخامس والسّادس.
وَصف عام للفعّالِيَّة	مقارنة أعداد عشريّة هي جزء مِن فهم معنى العَدد العشري. اَلطريقة التي مِن خلالها يُجري التّلميذ المُقارنة تَدل على مدى فهمه. هناك طرائق مُختلفة للمقارنة: - يُمكن المُقارنة بين الأرقام المَوجودة بِنفس اَلأماكن، مثل رَقم منزلة الأعشار في العددين ومِن ثمّ رقم مَنزلة الأجزاء مِن مِئة وهكذا (الخوارزمية المَألوفة للمقارنة بين أعداد عشريّة). عند الحاجة، يُمكن توسيع الأعداد العشريّة. (مثلا، $0.2 = 0.20 = 0.200$)، لكن توجد كسور عشرية لا يمكن توسيعها بهذه الطريقة، مثل الكسور الدوريّة (مثلا...0.3333333). - يُمكن تَحويل الأعداد العشريّة لكسور عادية ومقارنتها بِحسب خوارزمية مُقارنة الكسور العاديّة. - يُمكن إجراء المُقارنة نِسبة لكسور أخرى مثل نِصف، رُبع، صَحيح وغير ذلك. عِند تعلّم مَوضوع الكُسور العشريّة، هناك تلاميذ يعملون بِحسب مفاهيم خاطئة تعتمد على قواعد أُخرى: قاعدة الأعداد الصّحيحة وقاعدة الأقسام. التلميذ الذي يعمل بِحسب **قاعدة الأعداد الصّحيحة** ينظر فقط إلى الأرقام التي عن يمين النقطة العشريّة ويعتبرها على أنها عدد صحيح. بِالاعتماد على ذلك، "العدد" الأكبَر يدل على أنَّ هذا الكسر هو الأكبَر (بِالاستناد على الافتراض بِأنَّ الأجزاء الصّحيحة الموجودة عن يمين النقطة متساوية. إذا لم تتساو نُقارن أَوّلًا بين الأجزاء الصّحيحة). هكذا، عند المقارنة بين 0.537 وَ 0.5317 يدعي التلميذ "أنَّ العدد الثاني اكبَر "لأنَّ 5317 أكبَر من 537". التّلميذ الذي يعمل بِحسب **قاعدة الأقسام** ينظر أيضا فقط إلى الأرقام التي عن يمين النقطة العشرية (بالاستناد على الافتراض بأنَّ الأجزاء الصحيحة الموجودة عن يمين الفاصلة متساوية. إذا لم تتساو، نقارن بين الأجزاء الصّحيحة)، لكنه يأخذ بِعين الاعتبار فقط مكان الأرقام (وليس لمقدار العدد). مثلا، إذا كان في العدد رقمين عن يمين النقطة العشريّة، فإنَّ العدد "بأجزاء من مئة"، وإذا كان في العدد ثلاثة ارقام عن يمين النقطة فإنَّ العدد "بأجزاء من ألف"، وبما انَّ الأجزاء مِن ألف

<table>
<tr><td></td><td>أصغر مِن أجزاء مِن مئة، فإنّ العَدد كله يكون أصغَر. هكذا، عِند المُقارنة بين 0.642 وَ 0.64 يدّعي التلميذ "أنَّ العدد 0.64 هو الأكبَر لِأنَّه يوجد فيه فقط اجزاء مِن مئة بينما في العدد 0.642 يوجد أجزاء مِن ألف وهي أصغَر".
اِنتبهوا إلى أنَّ هاتين القاعدتين مُتعاكستين، ولذلك كلّ تلميذ سَينجح في المقارنة بين الأعداد في جزء من الحالات.
شرح إضافي وطرائق لتعزيز فهم معنى الكسر العشري يُمكن إيجاده في المقال – باللغة العبرية:
ערך המקום כמפתח להוראת פעולות במספרים עשרוניים.

فيما يتعلق بِأساليب التّدريس، مِن المُهم أنْ ينفذ التلميذ جميع المهام بشكل ذاتي، وفقط بعد ذلك نَتدخّل إذا أخطأ. إذا كان العمل بِمجموعات في الصّف مِن المفضّل أنْ نُعطي التلاميذ إمكانية اجراء النقاش فيما بينهم داخل المَجموعات قبل أنْ نتدخل. هكذا يُمكن الكشف عن مفاهيم خاطئة وَمُعالجتها.</td></tr>
<tr><td>اِستِعمال وَسائِل إيضاح أو وَسائِل مُحوسَبَة</td><td>

كِتابة الأعداد داخل لائحة المَبنى العشري. مثلا:

<table>
<tr><th>أجزاء من ألف</th><th>أجزاء من مئة</th><th>أعشار</th><th>•</th><th>آحاد</th><th>عشرات</th><th>مئات</th></tr>
<tr><td></td><td>4</td><td>6</td><td>•</td><td>0</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>•</td><td>0</td><td></td><td></td></tr>
</table>

اِستعمال تطبيقات: الميزان العشري، أقراص قيمة الرقم بحسب مكانه في العدد، معداد، مستقيم أعداد.

</td></tr>
<tr><td>المَعرفة المُسبقة اللازِمة لتَنفيذ الفعَّاليَّة</td><td>

فَهم مَبادئ المَبنى العَشري.
مَعرفة العَدد العَشري كَتمثيل آخر لِعدد نسبي.

</td></tr>
</table>

طَرائِق حَلّ مُمكِنَة	1. يُمكن مقارنة كلّ رقم حَسب القيمة التي يُحددها مكانه في العدد مِن اليسار إلى اليمين. مثلا: 0.537 مقابل 0.5317. في العَددين يوجد 0 في الآحاد. في العَددين يوجد 5 بِمنزلة الأعشار. في العَددين يوجد 3 بِمنزلة الأجزاء مِن مئة. في العَدد الأول يوجد 7 في مَنزلة الأجزاء مِن ألف، بينما في العدد الثاني يوجد 1 في منزلة الأجزاء مِن ألف. 7 أكبَر مِن 1، لذا العَدد الأول أكبَر. 2. يُمكن تحويل عدد عشري لِكسر بسيط ومِن ثمّ المُقارنة بين العَددين بِاستعمال المقام المُشترك: $0.64 = \frac{64}{100} = \frac{640}{1000}$ $0.642 = \frac{642}{1000}$ $\frac{640}{\mathbf{1000}} < \frac{642}{\mathbf{1000}}$ عندما يكون في مقام العَددين 1,000 وفي البُسوط 642 مقابل 640، مِن الواضح انَّ $\frac{642}{1000}$ أكبر من $\frac{640}{1000}$. 3. يُمكن توسيع العَدد العَشري بِحيث يَكون عدد المَنازل عن يَمين النقطة العشريّة في العَدَدين مُتساوٍ، ومِن ثمَّ يُجري المُقارنة بين العَددين. مثلا: 4.290 > 4.209. 4. يُمكن تَعيين الأعداد على مُستقيم الأعداد: العَدد الأقرَب إلى رأس السَّهم (بِشرط أنْ يكون على مُستقيم الأعداد سهم واحِد بِالاتّجاه الذي تَكبُر بِه الأعداد) يكون هو الأكبَر.
أخطاء مِن المُمكن أنْ تُشير إلى وُجود صُعوبات في فَهم المُصطلَح أو المَهارة	• يَعمل التلميذ بِحسب **قاعدة الأعداد الصّحيحة:** في المهمّة 0.64 مقابل 0.642، يُمكن أنْ يُجيب التلاميذ بِصورة صَحيحة، لكن في المهمّة 0.537 مُقابل 0.5317 يُمكن أنْ يخطئوا. أيضا في المهمّة 4.29 مُقابل 4.209 يُمكن أنْ يُخطئوا ويفسّروا ذلك بِأنَّ 209 اكبَر مِن 29. • يعمل التّلميذ بِحسب **قاعدة الأقسام:** في المهمّة 0.64 مُقابل 0.642 مِن المُمكن أنْ يُخطئوا، بينما في المهمّة 0.537 مُقابل 0.5317 يُمكن انْ يُجيبوا بِصورة صَحيحة. في المهمّة 4.29 مُقابل 4.209 يُمكن أنْ يُجيب التلميذ بِصورة صحيحة وَيعلّل ذلك بِأنَّه في العدد 4.209 يوجد اجزاء مِن ألف، بينما في العدد 4.29 يوجد فقط أجزاء مِن مِئة. وبِما انَّ الأجزاء مِن ألف أصغَر مِن الأجزاء مِن مِئة، فإنَّ العَدَد الأكبَر هو 4.29.

	• يُضيف التلميذ أصفارا عن يمين النقطة العشريّة في الكسر الذي عدد منازله اقل كي يَحصل على عددين فيهما نفس عدد المنازل عن يمين النقطة العشريّة، ومِن ثمّ يتمعَّن في العَددين على انهما عَددين صَحيحين ويعلّل ذلك كما التّلميذ الذي يعمل بِحسب قاعدة الأعداد الصّحيحة (وليس نتيجة الفهم بأنه قام بِتوسيع الكسور). • حتى لو عمل التلميذ في المهمّة 1 بِصورة صَحيحة، ففي المهمّة 2 والتي نقارن فيها بين 4.29 وَ 4.209 يدعي التلميذ انَّ الكسرين متساويين، لأنَّ الصِفر لا يُحسَب. عند تلميذ كهذا توجد مشكلة في فهم وظيفة الصّفر كَحافظ منزلة، وفي فهم قيمة كلّ رقم بِحسب مكانه في العدد.
اِقتراحات للنّقاش عِند اِنتِهاء الفعاليَّة	• إذا اجاب التلاميذ بِصورة صحيحة عن المهمّة الأولى وعلّلوا بِشكل مُلائم أيّ البنتين أجابت بِصورة صحيحة عن المهمّة الثّانية، يجب انْ نسأل: "لماذا أخطأت شرين؟" ما الذي يَجعلها تقع في خطأ كهذا؟ • إذا عمل التّلاميذ بِصورة ذاتية بِالاعتماد على أحد اَلمفاهيم الخاطئة، يجب إجراء نقاش حَول التصوّر الفكري لِلمفهوم الخاطئ، ولماذا هذا التصوّر غير مُلائم في **جزء من الحالات.** يجب تأسيس أهمية الأخذ بِعين الاعتبار قيمة كل رقم في العَدد بِحسب المكان الموجود فيه. • إذا اكتشف التّلاميذ بِأنفسهم خلال تنفيذ المهام بِأنَّ إجاباتهم مُختلفة عن بعضها يجب أنْ نَسأل: "لماذا حصلتم على إجابات مختلفة؟ مَن يستطيع انْ يُقنع الآخرين بأنَّه صادق؟" بالاستناد على النقاش الذي يتطوَّر يُمكن اَلاستمرار بِتأسيس اهمية قيمة كلّ رقم في العدد بِحسب المكان الموجود فيه.
اِقتراحات للتَّوسُّع في الفعاليّة	أمامكم أزواج كسور عشريّة. جدوا على الأقل طريقتين لِلمقارنة بينها. اِشرحوا كيف عملتُم. 0.503 | 0.305 | | 0.173 | 0.73 | | 3.02 | 3.012 | | 10.10 | 10.1 | | 0.4321 | 0.532 | | 0.007 | 0.700 | | 0.97 | 0.799 | |