מינהלת מל"מ
המרכז הישראלי לחינוך מדעי טכנולוגי
ע"ש עמוס דה שליט

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
אגף א' מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

אוניברסיטת חיפה
University of Haifa
جامعة حيفا

מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי
المركز القطري لمعلمي الرياضيات في المرحلة الابتدائية

משרד החינוך - המזכירות הפדגוגית, אגף א' למדעים

מיקרו-שיעור בנושא שמות שונים לשבר

מטרה: לפתח את ההבנה ששני שברים שווים מייצגים אותו חלק מהשלם.

עיבוד: ראיסה גוברמן, אתי נוי ולובה ויסוצ'אנסקי.

מרכז המורים מופעל על ידי אוניברסיטת חיפה עבור משרד החינוך במסגרת מכרז מס' 22/11.2020:
הקמה והפעלה של מרכזי מורים ארציים במקצועות הבאים: מדעים, טכנולוגיה ומתמטיקה.

מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי –- הפקולטה לחינוך, אוניברסיטת חיפה
שדרות אבא חושי 199, הר הכרמל, חיפה, מיקוד 3498838

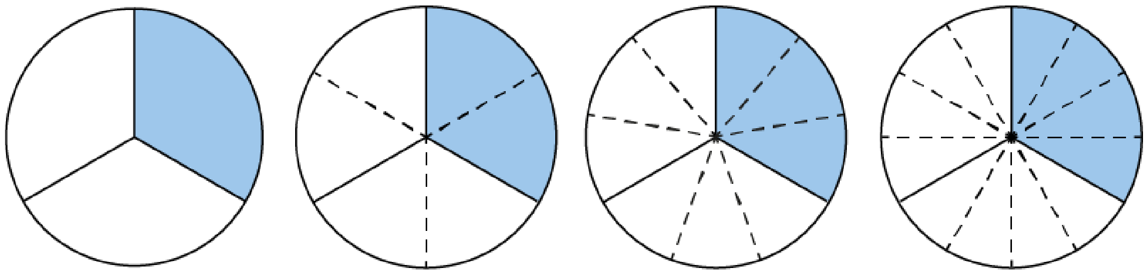
טל' 04-8240646; פקס. 04-8288073; דוא"ל: mathcntr@edu.haifa.ac.il; אתר: http://ymath.haifa.ac.il

אותו חלק – שמות שונים

לפניכם 4 עיגולים זהים המחולקים לחלקים שווים.

חלק מסוים בכל אחד מהעיגולים צבוע בכחול.

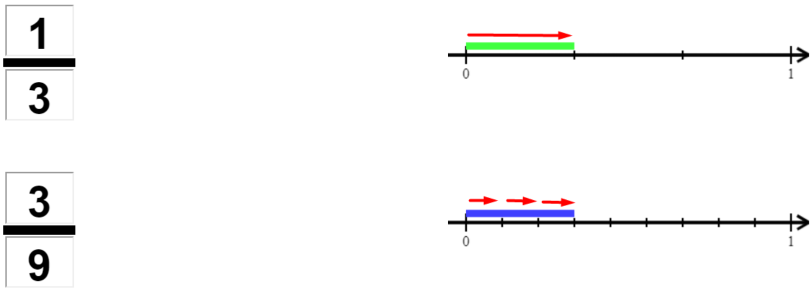
כתבו מה דומה ומה שונה בין העיגולים.

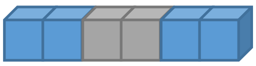


מעטפת פדגוגית

מטרת הפעילות	לפתח את ההבנה שאם שני שברים שווים אז הם מייצגים אותו חלק מהשלם.
הנושא בתוכנית הלימודים	**כיתה ד'** – שמות שונים לשבר (עמוד 76) **כיתה ה'** – צמצום והרחבה (עמוד 98)
תיאור כללי של הפעילות	במשימה הזו השברים $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{9}$ ו־$\frac{4}{12}$ מתארים אותו חלק צבוע מהעיגול, וכך אנו יכולים להדגיש בפני תלמידים/ות שאם לפנינו שברים שווים $\frac{1}{3}=\frac{2}{6}=\frac{3}{9}=\frac{4}{12}$, מתכוונים ל"שם" אחר לאותו החלק (Beckmann, 2019). המשמעות המתמטית של השוויון הזה נובעת מתכונות של פעולת החילוק: הכפלת המחולק והמחלק במספר מסוים שאינו 0 אינה משנה את המנה (קופרמן, 2017). משמעות השוויון הזה מבחינת הייצוג היא שהוספת תת־חלוקה של החלק המקורי אינה משנה את גודלו, כפי שניתן לראות בציור שבמשימה.
שימוש בעזרים או בכלים דיגיטליים	1) גזרות שברים 2) יישומונים: א. יישומון מאתר GeoGebra ב. השוואת שברים פשוטים (יש לעבור להצגת השברים בעיגולים בסרגל מצד ימין).
ידע קודם הכרחי לביצוע הפעילות	1) הכרת השבר כחלק משלם והיכולת להתאים שבר לייצוגו במודל העיגול. 2) היכרות עם תכונות של פעולת החילוק.
דרכי פתרון אפשריות	1) שימוש באמצעי המחשה: התלמידים/ות יבנו את השברים באמצעות גזרות מתאימות, ויערכו השוואה ישירה בין הגזרות. דרך זו מאפשרת לוודא שהחלקים הצבועים בכל העיגולים שווים בגודלם, ולכן השברים שווים ביניהם, כלומר $\frac{4}{12}=\frac{3}{9}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

	2) על סמך תכונה של פעולת החילוק. במקרה זה התלמידים/ות יוכלו להציג את השברים כתרגילי חילוק, למשל $1:3$, $3:9$ וכדומה. בייצוג כזה הם יוכלו לראות שבתרגילים האלה הוגדלו המחולק והמחלק פי אותו מספר (במקרה של התרגילים הרשומים כאן – פי 3). 3) בעזרת רישום השברים בייצוג המספרי והשוואתם בהסתמך על הרחבה או צמצום, או שניהם.
טעויות שיכולות להצביע על קשיים בהבנת המושג או המיומנות	1) התייחסות למספר החלקים הצבועים בלבד: בעיגול הראשון יש חלק אחד צבוע, בעיגול השני – שני חלקים וכך הלאה. לכן החלקים בעיגולים אולי שווים, אך המספר שמייצג את מספר החלקים הוא שונה. 2) התייחסות להפרשים בין המכנה למונה (טעות די נפוצה על פי מחקרים רבים למשל, Clarke & Roche, 2009; Gould, 2011; Mitchell & Horne, 2010; Pearn & Stephens, 2004). על פי מחקרים אלה, לעיתים קרובות התלמידים משווים בין השברים על סמך ההפרשים בין מכנה למונה של השבר. לדוגמה ניקח שני שברים: $\frac{3}{9}$ ו-$\frac{1}{3}$. ההפרש בין המכנה לבין המונה בשבר $\frac{3}{9}$ הוא 6. הפרש זה בשבר $\frac{1}{3}$ הוא 2. מכיוון שהמונה והמכנה בשבר $\frac{1}{3}$ הם "קרובים" יותר (ההפרש בין המכנה למונה קטן יותר) השבר נתפס על-ידי התלמיד כגדול יותר. טעות זו יכולה לנבוע מכך שהתלמיד חושב בצורה "חיבורית" ולא "כפלית". באופן עקרוני העדפה זו יכולה להוביל ללא מעט תפיסות שגויות. על השוני בין "חשיבה חיבורית" לבין "חשיבה כפלית" אפשר לקרוא במאמרים אלה: א. חשיבה אינטואיטיבית של ילדים בפתרון בעיות יחס ופרופורציה (מתוך "מספר חזק 2000" גיליון 9) ב. פעילויות פתיחה לנושאים יחס ופרופורציה (מתוך התמקצעות מורי המתמטיקה בבתיה"ס היסודיים: יחס ואחוזים - מודולה מתקדמת)
הצעות לדיון בתום המשימה	1) אפשר להשוות בין החלקים שאינם צבועים, ולשוחח על כך שהחלקים האלה גם יהיו שווים, וישמשו "שמות" שונים לאותו חלק. החלק הלא צבוע יחד עם החלק הצבוע משלימים לשלם. 2) אפשר להציע לתלמידים לסמן את השברים על ישר המספרים. לשוחח על נקודות מסוימות על הישר. לדוגמה ניקח שני שברים: $\frac{3}{9}$ ו-$\frac{1}{3}$. ניתן

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
לראות כי נקבל אותה נקודה, אולם נגיע אליה "בקפיצות ארוכות יותר" ($\frac{1}{3}$) או "בקפיצות קצרות יותר" ($\frac{3}{9}$). גודל הקפיצות בשברי יחידה על ישר המספרים מתאים למספר החלקים בעיגול:


מספר הקפיצות על ישר המספרים זהה למספר החלקים הצבועים בעיגולים.
</td>
</tr>
<tr>
<td>הצעות להרחבת המשימה</td>
<td>
1) אפשר לבקש מהתלמידים להסביר מדוע $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ באמצעות הייצוג הבא:

2) אפשר לבקש מהתלמידים לבנות זוגות או שלשות של שברים שבאמצעותם ניתן לראות כי אותו חלק אפשר לכנות בשמות שונים, למשל:

המשושה הצהוב מהווה שלם. הטרפז האדום הוא $\frac{1}{2}$ מהמשושה, והטרפז הירוק בנוי מ-3 משולשים, שכל אחד מהם הוא $\frac{1}{6}$ מהמשושה. בתמונה ניתן לראות ש-$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ (Small, 2009).
ניתן להיעזר ביישומון הנמצא כאן.
</td>
</tr>
</table>

ביבליוגרפיה:

קופרמן, ר' (2017). *מתמטיקה של בית ספר יסודי: לגלות מחדש, להבין, ללמוד ולאהוב* (חלק ב'). ירושלים: מגנוס, האוניברסיטה העברית.

Beckmann, S. (2019). *Mathematics for Elementary School Teachers with Activities* (5th ed). Boston: Pearson Education.

Small, M. (2009). *Good Questions: great ways to differentiate mathematics instruction.* NY: Teachers College of Columbia University.

Clarke, D. M., & Roche, A. (2009). Students' fraction comparison strategies as a window into robust understanding and possible pointers for instruction. *Educational Studies in Mathematics*, *72*(1), 127-138.

Gould, H. T. (2011). Building understanding of fractions with LEGO® bricks. *teaching children mathematics*, *17*(8), 498-503.

Mitchell, A., & Horne, M. (2010). Gap Thinking in Fraction Pair Comparisons Is Not Whole Number Thinking: Is This What Early Equivalence Thinking Sounds Like? *Mathematics Education Research Group of Australasia*.

Pearn, C., & Stephens, M. (2004, June). Why you have to probe to discover what year 8 students really think about fractions. In *Mathematics education for the third millennium: Towards 2010. Proceedings of the 27th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia. Townsville* (pp. 27-30).