מינהלת מל"מ
המרכז הישראלי לחינוך מדעי טכנולוגי
ע"ש עמוס דה שליט

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
אגף א' מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

אוניברסיטת חיפה
University of Haifa
جامعة حيفا

מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי
المركز القطري لمعلمي الرياضيات في المرحلة الابتدائية

משרד החינוך - המזכירות הפדגוגית, אגף א' למדעים

دَرس قَصير بِمَوضوع أسماء مُختَلِفَة لِنَفس اَلكَسر

اَلهَدَف: تَطوير اَلفَهم بِأنَّ كَسرين مُتساوِيين يُمثِّلان نَفس اَلجُزء مِن اَلصَّحيح.

إعداد: ראיסה גוברמן, אתי נוי ולובה ויסוצ'אנסקי.

מרכז המורים מופעל על ידי אוניברסיטת חיפה עבור משרד החינוך במסגרת מכרז מס' 22/11.2020:
הקמה והפעלה של מרכזי מורים ארציים במקצועות הבאים: מדעים, טכנולוגיה ומתמטיקה.

מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי –- הפקולטה לחינוך, אוניברסיטת חיפה
שדרות אבא חושי 199, הר הכרמל, חיפה, מיקוד 3498838

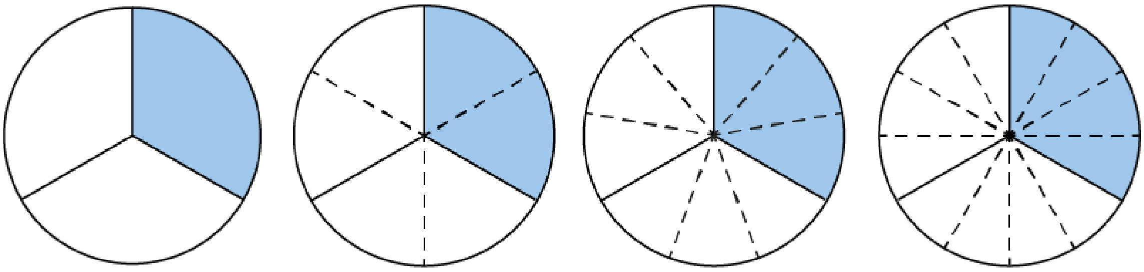
טל' 04-8240646; פקס. 04-8288073; דוא"ל: mathcntr@edu.haifa.ac.il; אתר: http://ymath.haifa.ac.il

نَفس اَلجُزء – أَسماء مُختَلِفَة

أَمامَكُم 4 دَوائر مُقسّمة لِأقسام مُتساوِيَة.

لُوِّنَ بالأزرق جُزء مِن كلّ دائِرة.

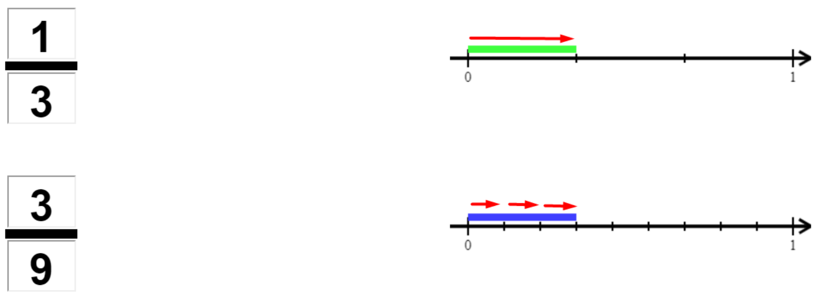
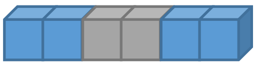
أُكتُبوا ما اَلمُتَشابِه وَما اَلمُختَلِف بَين الدَّوائِر.



أساليب تَدريس بيداغوجِيَّة في الرّياضِيّات

هَدف الفَعالِيَّة	تَطوير اَلفَهم بِأنَّه إذا تَساوى كَسران، فإنَّهما يُمثِّلان نَفس اَلجُزء مِن اَلصَّحيح.
المَوضوع في المِنهاج التَّعليمي	**اَلصَّف الرَّابع** – أَسماء مُختلفَة لِنَفس اَلكَسر (صَفحة 76) **الصَّف اَلخامِس** – اَلتَّوسيع وَالاختِزال (صَفحة 98)
وَصف عام للفعّالِيَّة	في هَذه اِلمُهمَّة، اَلكسور $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{9}$ وَ $\frac{4}{12}$ تَصِف نَفس الجُزء الملوّن من الدائرة، هكذا يُمكنُنا التَّشديد أمام التَّلاميذ بِأنَّه إذا كان لَدينا كُسور مُتساوية $\frac{1}{3}=\frac{2}{6}=\frac{3}{9}=\frac{4}{12}$، فإننا نَقصِد "اِسم" آخَر لِنَفس اَلكَسر (Beckmann, 2019). اَلمَعنى الرِّياضي لِهذه المُساواة نابِع مِن صِفات عَمليّة اَلقِسمَة: ضَرب المَقسوم واَلمَقسوم عليه بِنَفس العَدد (يَختلف عَن 0) لا يُغيّر ناتِج اَلقِسمة (קופרמן, 2017). مَعنى اَلمُساواة مِن ناحِيَة التَّمثيل: إنَّ تَقسيم اَلجُزء اَلأصلي لِعدّة أقسام لا يُغيّر كِبَره، حَسب ما يُمكن انْ نَراه في رَسم الدَّوائِر في المُهمَّة.
إستِعمال وَسائِل إيضاح أو وَسائِل مُحوسَبَة	1) قِطاعات كُسور 2) تَطبيقات: أ. تطبيق من موقع GeoGebra ب. مقارنة كسور بسيطة (يَجب الانتقال لِعَرض اَلكُسور بِالدَّوائِر في مَسطَرة اَلأدَوات مِن جِهَة اَليَمين).
المَعرفة المُسبقة اللازِمة لِتَنفيذ الفعَّالِيَّة	1) مَعرفَة اَلكَسر كَجُزء مِن الصَّحيح والقُدرة على مُلاءَمة كَسر للتَّمثيل اَلخاص بِه في نَموذج اَلدَّائِرة. 2) مَعرفَة صِفات عَمليَّة اَلقِسمَة.
طَرائِق حَلّ مُمكِنَة	1) إستخدام وَسائِل إيضاح: يَبني التَّلاميذ اَلكُسور بِواسِطَة قِطاعات مُلائِمة، وَيُقارنوا بِصورَة مُباشِرة بَين القِطاعات. هذه الطَّريقة تُمكِّنهم مِن التَّأكّد أنَّ الأقسام المُلوّنة في كل الدَّوائِر مُتساوِية الكِبَر، ولِذلك اَلكُسور الّتي تُمثِّل هذه الأقسام مُتساوية، بِما مَعناه: $\frac{1}{3}=\frac{2}{6}=\frac{3}{9}=\frac{4}{12}$

	2) بالاستِناد على صِفة عَمليّة القِسمَة: في هذه الحالَة يَستطيع التّلاميذ عَرض الكُسور كَتَمارين قِسمَة. مَثلا، 1:3، 3:9 وَما شابَه. في تَمثيل كَهذا يُمكنَهم أنْ يَروا في هذه التَّمارين بِأنَّه تَمَّ تَكبير اَلمَقسوم وَالمَقسوم عليه بِنَفس عَدد المَرّات (في التَّمارين المُسجّلة هنا تمَّ التَّكبير 3 مَرّات). 3) بِمُساعدة كِتابَة الكُسور بِالتَّمثيل اَلعَددي وَمُقارنَتها بِالاستِناد على التَّوسيع أو اَلاختِزال، أو كِلاهِما.
أخطاء مِن المُمكن أنْ تُشير إلى وُجود صُعوبات في فَهم المُصطلَح أو المَهارة	1) أنْ يأخُذ التلميذ بِعَين اَلاعتِبار عَدد اَلأقسام المُلوّنَة فَقط: في الدّائِرة الأُولى يوجَد قِسم واحِد مُلوّن، في الدَّائرة الثَّانِيَة – قِسمان مُلوّنان وَهكَذا. لذلك، رَغم أنَّ اَلأجزاء المُلوّنَة مُتَساوِيَة، لكن اَلعَدَد الّذي يُمثّل عَدَد اَلأقسام مُختلِف. 2) أنْ يأخُذ التلميذ بِعَين اَلاعتِبار اَلفروق بين البَسط وَالمَقام. (خَطَأ شائِع جدًّا بِحَسب أَبحاث عَديدة، مَثلا، Clarke & Roche, 2009; Gould, 2011; Mitchell & Horne, 2010; Pearn & Stephens, 2004). بِحَسب هذه اَلأبحاث، أحيانًا يُقارِن التَّلاميذ بَين الكُسور بِالاستِناد على الفُرق بين مَقام وَبَسط اَلكَسر. مثلا، إذا تَناوَلنا اَلكَسرين: $\frac{3}{9}$ وَ $\frac{1}{3}$. اَلفَرق بَين المَقام وَالبَسط في الكَسر $\frac{3}{9}$ هو 6. هذا اَلفَرق في الكَسر $\frac{1}{3}$ هو 2. بِما أنَّ المَقام وَالبَسط في الكَسر $\frac{1}{3}$ "قَريبان" أكثَر (الفَرق بَين المَقام وَالبَسط أَصغَر)، لِذلك يَعتَقِد التلميذ أن هذا الكسر هو الأكبَر. مَصدَر هذا الخَطأ نابِع مِن أنَّ التَّلميذ يُفكّر بِصورَة "جَمعيّة" وليس "ضَربيَّة". بِصورَة مَبدئيّة، هذا التَّفضيل يُمكِن أنْ يُؤدّي إلى عِدَّة مفاهيم خاطئة. حَول الفَرق بَين "تَفكير جَمعيّ" وبَين "تَفكير ضَربيّ" يُمكن اَلقِراءَة في المَقالات التَّالِيَة: أ. חשיבה אינטואיטיבית של ילדים בפתרון בעיות יחס ופרופורציה (المصدر: "מספר חזק 2000" גיליון 9) ب. פעילויות פתיחה לנושאים יחס ופרופורציה (المصدر: התמקצעות מורי המתמטיקה בבתיה"ס היסודיים: יחס ואחוזים - מודולה מתקדמת)
إقتراحات للنّقاش عِند إنتِهاء الفعاليَّة	1) يُمكِن مُقارَنة اَلأقسام غَير المُتساوِيَة، وَالتَّداوُل على أنَّ هذه اَلأجزاء مُتساوِيَة أيضًا، ويُمكن التَّعامُل مَعها "كأسماء" مُختلفَة لِنَفس الكَسر. الجُزء المُلوّن والجُزء غَير المُلوّن يُكوّنان الصَّحيح. 2) يُمكِن أنْ نَقتَرح على التَّلاميذ تَعيين الكُسور على مُستقيم الأعداد. إنَّ التحدّث عن نِقاط مُعيّنة على المُستقيم. مثلًا، إذا أخذنا كَسرين: $\frac{3}{9}$ وَ $\frac{1}{3}$، يُمكن أنْ نلاحظ أنَّنا نَحصل على

<table>
<tr>
<td></td>
<td>نَفس النُقطة، لكن نَصل إليها "بِقفزات أطوَل" ($\frac{1}{3}$) أو "بِقفزات أقصَر" ($\frac{3}{9}$). كِبَر القَفزات في كُسور اَلوِحدة على مُستقيم اَلأعداد يُلائم عَدد اَلأقسام في الدّائِرَة:

عَدد اَلقَفزات على مُستقيم اَلأعداد يُساوي عَدد اَلأقسام المُلوّنة في الدّوائِر.</td>
</tr>
<tr>
<td>إقتراحات للتَّوسُّع في الفعاليّة</td>
<td>1) يُمكن أنْ نطلب مِن التَّلاميذ أنْ يَشرحوا لماذا $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$ بواسِطَة التَّمثيل التّالي:

2) يُمكن أنْ نَطلب مِن التَّلاميذ أنْ يَبنوا أزواج أو ثُلاثيّات كُسور بِواسِطتها يُمكن أنْ نَرى بِأنَّ نَفس الجُزء يُمكن تَسميَته بِأسماء مُختلفة، مِثل:

المُسدَّس الأصفَر يمثّل الصّحيح. شِبه اَلمُنحرف اَلأحمَر هو $\frac{1}{2}$ المُسدّس، وشِبه اَلمُنحرف اَلأخضَر مُكوّن مِن 3 مُثلّثات، كلّ مِنها يُمثّل $\frac{1}{6}$ المُسدّس. في الصُّورة يُمكن أنْ نَرى أنّ $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ (Small, 2009).
يُمكن اَلاستِعانة بِالتَّطبيق المَوجود هنا.</td>
</tr>
</table>

مَراجِع:

קופרמן, ר' (2017). *מתמטיקה של בית ספר יסודי: לגלות מחדש, להבין, ללמוד ולאהוב* (חלק ב'). ירושלים: מגנוס, האוניברסיטה העברית.

Beckmann, S. (2019). *Mathematics for Elementary School Teachers with Activities* (5th ed). Boston: Pearson Education.

Small, M. (2009). *Good Questions: great ways to differentiate mathematics instruction.* NY: Teachers College of Columbia University.

Clarke, D. M., & Roche, A. (2009). Students' fraction comparison strategies as a window into robust understanding and possible pointers for instruction. *Educational Studies in Mathematics*, *72*(1), 127-138.

Gould, H. T. (2011). Building understanding of fractions with LEGO® bricks. *teaching children mathematics*, *17*(8), 498-503.

Mitchell, A., & Horne, M. (2010). Gap Thinking in Fraction Pair Comparisons Is Not Whole Number Thinking: Is This What Early Equivalence Thinking Sounds Like? *Mathematics Education Research Group of Australasia*.

Pearn, C., & Stephens, M. (2004, June). Why you have to probe to discover what year 8 students really think about fractions. In *Mathematics education for the third millennium: Towards 2010. Proceedings of the 27th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia. Townsville* (pp. 27-30).