מינהלת מל"מ
המרכז הישראלי לחינוך מדעי טכנולוגי
ע"ש עמוס דה שליט

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
אגף א' מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

אוניברסיטת חיפה
University of Haifa
جامعة حيفا

מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי
المركز القطري لمعلمي الرياضيات في المرحلة الابتدائية

משרד החינוך - המזכירות הפדגוגית, אגף א' למדעים

دَرس قَصير بِموضوع "كِبَر حاصل الضّرب/خارج القِسمَة في ضَرب/قِسمة الكُسور نِسبةً للعوامِل/المَقسوم"

الهَدف: مُعالجة مَفهوم خاطئ لَدى التّلميذ في الضّرب وهو أنَّ حاصِل الضّرب يَكون دائمًا أكبَر مِن كل واحِد مِن العَوامل وفي عَملية القِسمة يَكون خارِج القِسمَة دائمًا أصغَر مِن المَقسوم.

تطوير: براخا سيجاليس، إيتي نوي، لوبا بيسوشانسكي، رئيسة غوبرمان

מרכז המורים מופעל על ידי אוניברסיטת חיפה עבור משרד החינוך במסגרת מכרז מס' 22/11.2020:
הקמה והפעלה של מרכזי מורים ארציים במקצועות הבאים: מדעים, טכנולוגיה ומתמטיקה.

מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי –– הפקולטה לחינוך, אוניברסיטת חיפה
שדרות אבא חושי 199, הר הכרמל, חיפה, מיקוד 3498838

טל' 04-8240646; פקס. 04-8288073; דוא"ל: mathcntr@edu.haifa.ac.il; אתר: http://ymath.haifa.ac.il

الضَّرب يُكبِّر، القسمة تُصغِّر – هل هذا صحيح؟

خَطّطت المُعلمة إعطاء كل تِلميذ في حَفلة الصَّف ثُلث قُرص بيتسا، 3 كَعكات وَبَيضة "كيندر" واحِدة. يوجَد في الصّف 27 تلميذًا.

أمامَكم أسئلَة وتَمارين.

أسئلَة	تَمارين
1. تُباع بَيضات "الكيندر" بِرُزَم في كل منها 3 بَيضات. كَم رُزمَة على المُعلمة أَنْ تَطلب لكل التّلاميذ؟	$10 \div \frac{1}{3}$
2. كَم كَعكة بِالإجمال عليها أنْ تَشتري كَي تُعطي لكل تِلميذ 3 كَعكات؟	27×3
3. كَم قُرص بيتسا عليها أَنْ تَشتري بالإجمال حتى تُعطي كل تلميذ ثُلث قُرص بيتسا؟	$27 \div 3$
4. بِسبب وُجود تَخفيض في دكّان البيتسا، أرسَل البائِع مَع العامِل 10 أقراص بيتسا مُقسَّمة لِأثلاث. كَم ثُلث قُرص بيتسا كان في الإرساليَّة؟	$27 \times \frac{1}{3}$

أ. لائِموا لِكل سُؤال التَّمرين المُلائم واِشرَحوا كَيف عَرفتُم.

ب. حِلُّوا التَّمارين.

أساليب تَدريس بيداغوجِيَّة في الرّياضِيّات

هَدف الفَعالِيَّة	الهدف: مُعالجة مفهوم خاطئ لدى التّلميذ في الضّرب وهو أنَّ حاصِل الضّرب يكون دائمًا أكبَر مِن كل واحد مِن العَوامل، وفي عَمليّة القِسمَة يَكون خارِج القِسمة دائمًا أصغَر مِن المَقسوم.
المَوضوع في المِنهاج التَّعليمي	**الصَّف الخامس:** مَسائل كلاميّة مُتعددة المراحِل تحتوي على العَمليّات الحِسابيَّة الأربع في الأعداد الطبيعيَّة (صفحة 150). **الصّف السادس:** ضَرب عَدد صَحيح في كَسر بَسيط (صفحة 166)، قِسمة كُسور بَسيطة (صفحة 172)، مسائِل كلاميَّة في قِسمة الكُسور (صفحة 173) الفعاليَّة مُلائِمة للصّف السَّادس.
وَصف عام للفعّالِيَّة	نَتيجة التَّرتيب الذي نُعلّم فيه عَمليَّتي الضَّرب والقِسمة في المَدرسة الابتِدائيَّة، مِن خِلاله يَنكشِف التَّلاميذ أوَّلا لهاتَين العَمليَّتين في الأعداد الطبيعيَّة وفَقط بَعد ذلك في الكُسور، يَميل التَّلاميذ إلى تَطوير مَفهوم خاطِئ فيه الضّرب دائمًا يُكبِّر والقِسمة تُصغِّر. يَنكشِف التَّلاميذ في هذه الفَعاليَّة لِحالات تكون فيها أحيانا نَتيجة عَمليّة الضَّرب أكبَر مِن قيمَة كل واحِد مِن العَوامِل وأحيانا أصغَر مِن قيمَة كل واحِد مِن العَوامِل، ولِحالات تَكون فيها أحيانا نَتيجة عمليَّة القِسمَة أصغَر مِن قيمَة المَقسوم وأحيانا أكبَر مِنه. كَي نَتركَّز في هذه الحالات، نَعرض للتَّلاميذ في هذه الفعاليَّة تَمارين مُلائمة يُطلَب فيها مِنهم مُلاءَمة تَمرين لسُؤال وتَفسير اِختيارهم. النِّقاش الذي سَيُجرى فيما بعد سَيتركَّز في هذه المفاهيم الخاطِئة. المَقال – باللغة العبرية: תפיסות שגויות אודות כפל וחילוק يُعطي شَرحًا شامِلًا حَول الظَّاهرة وَيَقترح طرائِقا لمُعالجَتها.
اِستِعمال وَسائِل إيضاح أو وَسائِل مُحوسَبَة	تُوجّه الفعاليَّة لإيجاد التَّمرين المُلائم لكل مَسألة وليس إيجاد الحلّ بِطرائق أُخرى. لكن كَمرحلة وُسطى يُمكن اَلاستِعانَة بِـ: • وَرَقَة وقَلم رَصاص لرَسم المُعطيات. • تَطبيق "ضَرب كُسور" بـ GeoGebra ، تَطبيق الضَّرب بِمُساعدة نموذج المساحة
المَعرفة المُسبقة اللازِمة لتَنفيذ الفعَّالِيَّة	• مَعرِفة عَمليَّتَيْ الضَّرب والقِسمَة في الأعداد الطبيعيَّة، مَعنى وَطرائق حِسابيّة • اَلقُدرة على التَّعامل مع مسائِل كلاميَّة. • مَعرفة الكَسر البَسيط: ثُلث $\frac{1}{3}$

طَرائِق حَلّ مُمكِنَة	**البند أ:** في سُؤال 1 يَجب تَقسيم عدد التَّلاميذ لِمجموعات 3 كَي نَعرف عَدد الرُزَم التي يجب شِرائها، ولذلك التَّمرين المُلائم هو $27 \div 3$. في سؤال 2 يَجب ضَرب كَميَّة الكَعك لكل تلميذ بعدد التَّلاميذ كَي نَعرف عَدد الكَعكات التي يَجب شِرائها، ولذلك التَّمرين المُلائم هو 27×3. في سؤال 3 يَجب ضَرب الجُزء مِن قُرص البيتسا الذي يَحصل عليه كل تَلميذ بِعَدد التَّلاميذ. بما أنَّ كلّ تِلميذ يَحصل فقط على $\frac{1}{3}$ قُرص بيتسا، لذا التَّمرين المُلائم هو $27 \times \frac{1}{3}$. في سؤال 4 يَجب قِسمة كل قُرص بيتسا لِأثلاث كَي نَعرف كَم ثُلثًا يوجَد في 10 أقراص بيتسا، ولذلك التَّمرين المُلائم هو $10 \div \frac{1}{3}$. **البند ب:** • **حلِ التَّمرين $27 \div 3$** 1. مَعرفة الحَقيقة شفهيًّا. 2. حلّ تَمرين القِسمة بِالاعتماد على حَقيقة الضَّرب $27 = 9 \times 3$. 3. اِستِخدام قانون التَّوزيع، مثلا $(15 + 12) : 3$, $(30 - 3) : 3$ وَغير ذلك. • **حلّ التَّمرين 27×3** 1. بواسِطة خَوارزميَّة الضَّرب. 2. اِستِخدام قانون التَّوزيع: $(20 + 7) \times 3$ أو $(30 - 3) \times 3$. • **بِالنسبة لِحلّ التَّمرين $27 \times \frac{1}{3}$** 1. اِستِخدام خَوارزميَّة ضَرب صَحيح بِكَسر. 2. اِستِخدام تَمرين قِسمة: بِما أنَّه في كلّ قُرص بيتسا يوجَد 3 أثلاث، عَمليًّا يَجب انْ نَحسب كَم مَرّة اَلعَدد 3 "مَوجود" في أ‌لـ، أيّ انَّه يَجب حلّ التَّمرين $27 \div 3$. يُمكن عَمل ذلك بِطريقَتين كما ذَكرنا سابقًا. • **بِالنسبَة لِحلّ التَّمرين $10 \div \frac{1}{3}$** 1. اِستِخدام خَوارزميَّة قسِمة صَحيح بِكَسر.

	2. اِستِخدام تَمرين ضَرب: بِما انَّه في كلّ قُرص بيتسا يوجَد 3 أثلاث، وَيوجد 10 أقراص بيتسا، لذلك يَجب ضَرب 3 بـِ 10 بِهَدف اَلحُصول على الإجابَة المَطلوبَة. 3. حلّ بِمُساعدَة عَمليَّة عَكسية لِعَمليَّة القِسمة – ضَرب: $\frac{1}{3} \times \blacksquare = 10$
أخطاء مِن المُمكن أنْ تُشير إلى وُجود صُعوبات في فَهم المُصطلَح أو المَهارة	**سُؤال 1** • اَلأخذ بِعَين اَلاعتِبار على أَنَّ الرُّزمة مُساوِية بِقيمتها لِقيمة بَيضة كيندر، ولذلك يَتِم الحُصول على الإجابَة بِأنَّ على المُعلمة أنْ تَطلب 27 رُزمة. • اِختِيار تَمرين صَحيح $3 \div 27$، لكن التَّفسير غير صَحيح: بِما أنَّ طَلبيَّة بَيض الكيندر تَصل بِرُزم، لِذا نَحتاج رُزم أقل مِن عَدد التَّلاميذ، لذلك يَجب إجراء تَمرين قِسمة. هذا يَعني أنَّ التَّفسير يَستَنِد على المَفهوم الخاطِئ بأنَّ القِسمة تُصغِّر. **سُؤال 2** • اِختِيار تَمرين صَحيح 3×27، لكن التَّفسير غير صَحيح: كلّ تِلميذ يَحصل على 3 كَعكات، لِذا نَحتاج إلى عَدد مِن الكَعك أكبَر مِن عَدد التَّلاميذ، ولذلك يَجب إجراء تَمرين ضَرب. بِما مَعناه، التَّفسير يَستَنِد إلى المَفهوم الخاطئ بِأنَّ الضَّرب يُكبِّر. **أَسئلة 3-4** • اِختيار التَّمارين الصَّحيحة، لكن بِالاعتماد على رُموز. مَثلا، مُلاءَمة التَّمرين $\frac{1}{3} \div 10$ لِسُؤال 4 لأنَّه فقط في سُؤال 4 يَظهر المُعطى 10. بَعد مُلاءَمة التَّمرين $\frac{1}{3} \times 27$ لِسُؤال 3 يَكون التَّفسير كالتّالي: في هذا السُؤال يَظهر المُعطى $\frac{1}{3}$ وفي الأسئلَة الأُخرى الباقِية لا يَظهر هذا المُعطى. صحيح أنَّ مُلاءَمة التَّمارين لِلأسئلة صَحيحة، لكن التَّفسير لا يَستَنِد على مَعنى عَمليَّتَي الضَّرب والقِسمَة في الأسئلة، بِالأخص في الكُسور البَسيطة. • مُلاءَمة التَّمرين $3 \div 27$ لِسؤال 3 وتَفسير يَستَنِد على أنَّه في كلّ قُرص بيتسا يوجَد 3 قطع، لذا يَجب أنْ تَطلب المُعلمة أقراص بيتسا أقل مِن عَدد التَّلاميذ، ولذلك يَجب إجراء تَمرين قِسمَة. هذا التَّفسير يُبيّن وُجود مَفهوم خاطئ بأنَّ القِسمة تُصغّر. • مِن المُحتمل أنْ تَكون صُعوبة في مُلاءَمة تَمرين صَحيح لِسؤال 4 بِادّعاء أنَّ التَّمرين يَجب انْ يَكون $\frac{1}{3} \times 10$ لأنَّه يوجَد في الطلبيَّة أكثَر مِن 10 أثلاث، ولذلك يَجب إجراء عَمليَّة ضَرب. هذا التَّفسير يُبيّن وُجود مَفهوم خاطئ بِأنَّ الضَّرب يُكبّر والقِسمَة تُصغّر. • في سُؤال 3 يُمكن أَنْ يَكون الادّعاء بِأنّ على المُعلمة أنْ تَطلب 27 ثُلثًا مع عَدم القُدرة على مُلاءَمة تَمرين لِلسُؤال. الإجابَة صَحيحة لكن السُؤال كان "كَم قُرص بيتسا على المُعلمة أنْ

	تَطلب؟" وليس "كَم ثُلثًا يوجَد في الطلبيَّة؟". في هذه الحالَة، التِّلميذ لا يُميّز بَين قُرص البيتسا الكامِل الذي يُمكن تَقسيمه لأقسام كلّ مِنها ثُلث، وبَين كلّ قِسم. بِما مَعناه، في هذا الحالة المفهوم الخاطئ هو – ثُلث قُرص بيتسا يُساوي في قيمتِه لِقرص بيتسا كامِل.
اِقتراحات للنّقاش عِند اِنتِهاء الفعاليَّة	• يَبدأ النِقاش في التَّفسيرات التي يُعطيها التِّلاميذ حَول مُلاءَمة التَّمارين لِلأسئلة. في حال طُرح مَفهوم خاطئ يَجب التّركيز عليه. تُعطي المُعلمة أمثلة لِحالات فيها الضَّرب يُصغّر والقِسمة تُكبّر. يُمكن اَلاستِعانة لِملاءَمة امثلة في المَقال – باللغة العبرية "[תפיסות שגויות אודות כפל וחילוק]" أو بأمثلة مِن كُتب التَّدريس. • في حال عَدم طَرح المَفهوم الخاطئ مِن قِبَل التِّلاميذ، تَكشفَهم المُعلمة على المَفهوم الخاطئ بِواسطة السؤال: **"هل الضَّرب يُكبّر دائمًا والقِسمَة تُصغّر دائمًا؟ ما رأيكم؟ فَسّروا واِعطوا مِثالا يَدعم إجابَتكم"**
اِقتراحات للتَّوسُّع في الفعاليّة	أ. اِعطوا أَمثلة إضافيَّة تُبيّن بِأنَّ الضَّرب لا يُكبّر دائمًا والقِسمَة لا تُصغِّر دائمًا ب. مُلاحظة لِلمعلم/ة: مِن المُهم أنْ نأخذ بِعَين اَلاعتبار التَّمارين التي أحَد مُركّباتها هو 0 أو 1. مَثلا: $24 \times 1 =$ $24 \times 0 =$