מינהלת מל"מ
המרכז הישראלי לחינוך מדעי טכנולוגי
ע"ש עמוס דה שליט

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
אגף א' מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

אוניברסיטת חיפה
University of Haifa
جامعة حيفا

מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי
المركز القطري لمعلمي الرياضيات في المرحلة الابتدائية

משרד החינוך - המזכירות הפדגוגית, אגף א' למדעים

دَرس قَصير بِمَوضوع تَمثيل الكُسور اَلعَشريَّة

اَلهَدَف: تَمثيل كُسور عَشريَّة حتى مَنزِلَتَين على يَمين اَلنُقطَة العَشريَّة (أعشار وأجزاء مِن مِئة) بِطرائِق مُختَلِفَة.

إعداد: برכה סגליס, פרופ' ראיסה גוברמן, ד"ר אתי נוי ולובה ויסוצ'אנסקי.

المصدر:

Martinie S.L. & Bay-Williams J.M. (2003). Investigating Students' Conceptual Understanding of Decimal Fractions Using Multiple representations. *Mathematics Teaching in the Middle School, 8*(5), 244-247.

מרכז המורים מופעל על ידי אוניברסיטת חיפה עבור משרד החינוך במסגרת מכרז מס' 22/11.2020:
הקמה והפעלה של מרכזי מורים ארציים במקצועות הבאים: מדעים, טכנולוגיה ומתמטיקה.

מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי -– הפקולטה לחינוך, אוניברסיטת חיפה
שדרות אבא חושי 199, הר הכרמל, חיפה, מיקוד 3498838

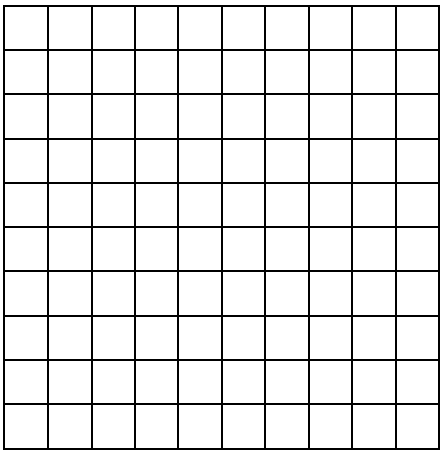
טל' 04-8240646; פקס. 04-8288073; דוא"ל: mathcntr@edu.haifa.ac.il; אתר: http://ymath.haifa.ac.il

تَمثلات مُختَلِفَة لِلكُسور

اِعرِضوا اَلأعداد 0.6 وَ 0.06:

1. بِالتَّقريب على مُستَقيم اَلأعداد.

2. في شَبكَة تَربيعات 10×10



3. بِواسِطَة قِطَع وَأَوراق نَقدِيَّة (رَسم أو وَصف كَلاميّ).

4. كَكُسور بَسيطَة.

5. في لائِحَة اَلمَبنى اَلعَشري.

اِشرَحوا كَيف عَرَفتُم.

أساليب تَدريس بيداغوجِيَّة في الرّياضِيّات

هَدف الفَعالِيَّة	تَمثيل كسور عَشريَّة حتى مَنزِلتين على يَمين اَلنقطَة اَلعَشريَّة بِطرائق مُختلفَة.
المَوضوع في المِنهاج التَّعليمي	**الصّف الخامس** – مَعنى اَلكَسر العَشري: مَعرفة اَلمُصطلحات – أَعشار، أَجزاء مِن مئة، وأَجزاء مِن ألف؛ اَلكَسر اَلعَشري كَكَسر مَقامَه هو 10، 100، 1000 وما شابَه؛ تَحويل اَلكَسر البَسيط لِكسر عَشري؛ مُقارنة اَلكُسور اَلعَشريَّة (صَفحة 143-144). **الصَّف** السَّادس – اَلكُسور اَلعَشريَّة على مُستقيم اَلأعداد (صَفحة 165). الفَعاليّة مُعدَّة لِتلاميذ الصَّفين اَلخامِس وَالسَّادس (اَلمَوضوع كُسور عَشريَّة على مُستقيم الأعداد لَيس ضِمن اَلمِنهاج التَّعليمي لِلصَّف اَلخامِس.
وَصف عام للفعّالِيَّة	يُمكن وَصف اَلأعداد العَشريَّة بِواسطة تَمثيلات مُختلفة، وكلّ تَمثيل يُشدّد على مَعنى اَلعَدد اَلعَشري مِن جانِب مُختلف. **التَّمثيل على مُستقيم الأعداد** يشدِّد على تَرتيب اَلأعداد بِحيث أَنَّ كِبَر اَلأعداد يَتِمّ التَّعبير عنه مِن خلال تَقسيم قِطعَة اَلوِحدَة بِواسطة خُطوط تَقسيم. عِندما نُريد تَمثيل كَسر يَحتوي على أَعشار وَكَسر يَحتوي على أجزاء مِن مئة على نَفس اَلمُستقيم، هناك حاجة لِرَسم خُطوط تَقسيم مُزدوَج. يُمكن أيضا وَضع خُطوط التَّقسم بشكل تقريبي، لكن لا تزال هناك حاجة لِتقدير اَلمَسافة بين كل خَطَّي تقسيم عند التَّقسيم لِأعشار، وَبين كل خَطّي تَقسيم عند التَّقسيم لأجزاء مِن مِئة. **التَّمثيل في شَبكة التَّربيعات 10 × 10** يُشدِّد على اَلكَمية التي يُمثّلها اَلعَدد. كميَّة اَلأعشار تَتمثَّل بِتلوين أَسطر/أعمدة كامِلة مِن 10 تَربيعات، بَينما كميَّة اَلأجزاء مِن مِئة تَتمثّل بِتلوين تَربيعات مُنفردَة. **التَّمثيل بِواسطَة النُّقود** يُشدِّد أيضا على الكميَّة التي يُمثّلها اَلعَدد وَيَتطلّب الأمر أيضا اعتبار أَلـ 1 شيكل كَوِحدة كامِلة والأغورات كَأَجزاء مِن هذه الوِحدة. **التَّمثيل بِواسطة كَسر بَسيط** يُشدِّد على كِبَر الأقسام وَيتم التَّعبير عنه مِن خلال المَقام، بَينما في التَّمثيل العَشري هو مَخفي وَيتم التَّعبير عنه فقط بِواسطة البُعد عن النُّقطة العشريَّة. **التَّمثيل بِواسطة لائِحة اَلمَبنى العَشري** يُشدِّد على أسماء اَلوِحدات: أَعشار وأَجزاء مِن مِئة، وَمكانها على يَمين النُّقطة العَشريَّة في الكِتابة العَشريَّة.

اِستِعمال وَسائِل إيضاح أو وَسائِل مُحوسَبَة	**وَسائِل مُساعِدة:** مَسطرة، أقلام تَلوين، وَرقة تَربيعات لِلتَّدريب الأولي. **وسائِل مُحوسَبة:** 1) مُستقيم أعداد مُحوسب مَوجود هنا او هنا 2) لائِحة اَلمَبنى العَشري مَوجودة هنا 3) تَمثيل اَلأعداد العَشرية بِواسطة نَموذج المَساحة وَمَجموع قِيَم اَلأرقام مَوجود هنا وَهنا بِالنسبة للتَّلاميذ الذين يَجدون صُعوبة بِتَمثيل اَلأعداد التي في المُهمَّة بِواسطة شَبكة التَّربيعات 10 × 10، يُمكن أَنْ نَقترح عليهم تَطبيق مُكعّب دِنيس اَلمَوجود هنا (في هذه الحالة يجب تعريف لوح المئة كـ 1 صحيح، العِصيّ (عيدان ألـ 10) كأعشار، والمكعّبات الصغيرة كأجزاء من مئة، كما هو معروض في هذا المقال صفحة 4)
المَعرفة المُسبقة اللازِمة لتَنفيذ الفعَّاليَّة	1) مَعرفة الكُسور العَشريَّة (أَعشار وأَجزاء مِن مئة) وَطَريقة كِتابتها. 2) مَعرفة الكُسور البَسيطة وَطَريقة كِتابتها. 3) مَعرفة المَفهوم قيمة المَكان لِلرقم في التَّمثيل العَشري. 4) مَعرفة قِيَم النُقود: شَواقل وأَغورات. 5) فَهم المبادئ التي بِحسبها نُعيّن أعداد على مُستقيم الأعداد (تَظهر هنا فقط المبادئ ذات اَلصِلة بهذه الفعاليَّة): • تَتِم اَلإشارة لِعدد على المُستقيم كَنُقطة وليس كَقِطعة. • اَلبُعد بَين خَطوط التَّقسم التي تُمثّل نَفس الكِبَر ثابت. • يُمكن أَنْ نُمثِّل على نَفس المُستقيم خُطوط تقسيم بِأبعاد مُختلفة، طالما تمّ تَوضيح ما يُمثّله كل خَط تَقسيم. • عَلاقة الكِبَر بين الأعداد تُحفظ على مُستقيم الأعداد.
طَرائِق حَلّ مُمكِنَة	**تَمثيل على مُستقيم الأعداد:** 1) يُمكن تَعيين مَكان ألـ 0.5 بِالتَّقريب ومِن ثمّ تَعيين ألـ 0.6 عَن يَمينه. بَعد ذلك، نُعيّن بِالتَّقريب ألـ 0.06 بِمكان قَريب جدا من الـ 0. 2) يُمكن تَقسيم مُستقيم الأعداد بِالعَين اَلمُجردة بِشكل يَدوي لِقطعَتين مُتساويَتين في اَلكِبَر، تَعيين العدد 0.6 بالتقريب. بعد ذلك نعيّن بِالتّقريب اَلعَدد 0.1 ومِن ثم نُعيّن بِالتَّقريب اَلعَدد 0.06 أو نُشير بِالتَّقريب على القِطعة اَلأولى إلى مِكان اَلعَدد 0.05 ومِن ثمّ نُعيّن العَدد 0.06 عَن يَمينه. 3) يُمكن أَنْ نَعمل بِاستعمال مَسطرة: نُشير إلى 10 قِطع تَقسيم بين العَدد 0 وَ 1 ونُسجّل أسفل كل خط تَقسيم العَدد العَشري المُلائم: 0.1، 0.2 وما شابه، أو فقط نُسجّل اَلعَدد 0.5 ونُعيّن بَعدها العَدد 0.6 عَن يَمينه تَحت خَط التَّقسيم الذي عَن يَمينه. بعد ذلك نُسجّل

اَلعَدد 0.1 ونُقسّم القِطعة بين 0 وَ 0.1 إلى 10 أقسام مُتساوية ومِن ثمّ نُسجّل اَلعَدد 0.06.

تَمثيل على شَبكة تَربيعات 10×10:

1) لِتمثيل العَدد 0.6 يُمكن عَدّ مع إحصاء 6 أسطر او 6 أعمدة وَتلوينها بِاللون اَلأزرق. لِتَمثيل العَدد 0.06، يَعُدّ التّلميذ 6 تَربيعات بِمكان آخر على الشَبكة وَيلوّنها بِاللون اَلأحمَر.
2) يُمكن العَمل كَما في البند السَّابق، لكن نَختار أَنْ نُلون داخل أَحد الأسطُر أو الأعمِدَة 6 تَربيعات بِاللون الأحمر فوق اللون اَلأزرق بِطريقة نرى فيها اَللونين.
3) نَكتب فوق كل عامود اَلكلمة: أَعشار، نَعُدّ 6 أَعمدة وَنُلونها بِاللون اَلأزرَق. بعد ذلك نَكتب داخل تَربيعة واحِدة او بِجانبها اَلكلمة: جُزء مِن مئة، نَعُدّ 6 تَربيعات وَنُلونها بِاللون اَلأحمَر.
4) تَقسيم الشَبكة لـ 10 أقسام بِواسطة تَشديد اَلخُطوط اَلأفقية و/أو العاموديَّة وَتَسجيل كلمَة "عُشر" بِجانب أَحد اَلأقسام ومِن ثمّ نُكمل كما في البند السَّابق.

تَمثيل بِواسطة النُقود:

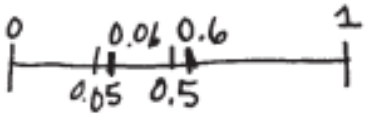
1) نَكتب: 1 شيكل = 100 أغورة، 1 أغورة = 0.01 شيكل، 10 أغورات = 0.1 شيكل. 0.6 شيكل = 60 أغورة، 0.06 شيكل = 6 أغورات أو نَرسم اَلقطع النَقديَّة.
2) نَكتب: 1 شيكل هو الصَّحيح، عُشر شيكل هو 10 أغورات، جُزء مِن مِئة مِن الشيكل هو 1 أغورة. لذلك، 0.6 هي ستة أعشار، أي 60 أغورة. 0.06 هي 6 أجزاء مِن مِئة، أيّ 6 أغورات.
3) يُمكن اَلاستناد على المَعرفة مِن الحياة اليومية: في الفاتورة التي نَحصل عليها عِند الشِّراء مِن الدكّان تُسجَّل 6 أغورات هكذا: 0.06 وعندما يُكتب 0.6 القَصد من ذلك هو 60 أغورة.

تَمثيل بِواسطة كَسر بَسيط:

1) كِتابة مُباشرة: $0.6 = \frac{6}{10}$، $0.06 = \frac{6}{100}$.
2) 0.6 هو 6 أعشار، وَبِطريقة كِتابة كَسر عادي نَكتب $\frac{6}{10}$ لأنَّ المقام هو 10. 0.06 هو 6 أجزاء مِن مئة وَبِطريقة كِتابة كسر عادي اَلمَقام هو 100، وَلِذا نَكتب $\frac{6}{100}$.
3) لِتَحويل كَسر عَشري لِكَسر بَسيط نُسجّل صِفرا تَحت كلّ مَنزلة عَن يمين النُقطة العَشريّة. في العَدد 0.6 يوجد مَنزلة واحدة فقط، لِذا نَكتب في المَقام 10وَنَحصل على الكسر $\frac{6}{10}$. في اَلعدد 0.06 يوجَد مَنزلتين عَن يَمين اَلنقطَة العَشريَّة، وَلِذا نَكتب في المَقام 100 ونَحصل على اَلكسر $\frac{6}{100}$.

	تَمثيل بِحسب قيمَة اَلمكان لِلرَّقم: 1) تَسجيل قيمة المكان لِلعَددين في لائِحة اَلمَبنى اَلعَشري: 0.6 هي 6 أعشار، لأَنَّ الرَّقم 6 مَكتوب في مَنزلة اَلأعشار والتي هي اَلمنزلة التي عَن يَمين النُقطة العَشريَّة. 0.06 هي 6 أَجزاء مِن مِئة، لِأَنَّ الرَّقم 6 مَكتوب في مَنزلة اَلأجزاء مِن مِئة، بَينما في مَنزلة اَلأعشار يوجَد 0. مَنزلة اَلأَجزاء مِن مِئة مَوجودة عَن يَمين اَلأعشار.

أجزاء من مئة	أعشار	•	آحاد	عشرات
	6	•	0	
6	0	•	0	

أخطاء مِن المُمكن أنْ تُشير إلى وُجود صُعوبات في فَهم المُصطلَح أو المَهارة	**تَمثيل على مُستقيم الأعداد:** هذا هو التَّمثيل اَلأكثر صُعوبة عِند التَّلاميذ لِتمثيل العَدد العَشري، وخاصة أنَّه لم يُشار عليه إلى خطوط تَقسيم وعليهم أَنْ يُخمِّنوا مَكان كلّ عَدد بِالتَّقريب، أو يُشيروا إلى خُطوط التَّقسيم بأنفسهم. كذلك، هذا التَّمثيل يُدرَّس فقط في الصَّف **السَّادس**. في هذه الفعاليَّة تُعرض أَعداد عشريَّة تَمثيلها ليس سهلا ومُربك، لذلك تتُساهِم هذه الفعاليّة في تَمييز أخطاء شائعة عند التلاميذ. يُمكننا اِستعمال تَمثيلات أسهل بِهدف مُساعدة التَّلاميذ في إيجاد مَكان اَلأعداد على المُستقيم. مِن المَعلوم أيضا انَّ تَمثيل كُسور بَسيطة مِقدارها مُختلف ليس سهلا على التَّلاميذ. كذلك مِن المُهم التَّمييز ما إذا كانت الصُعوبة نابِعَة عَن عَدم مَعرفة أو عَدم فَهم مُصطلح اَلكَسر، أو مِن عَدم فَهم مَبادئ تَمثيل اَلأعداد على مُستقيم اَلأعداد. أمثلة لِأخطاء عِند التَّلاميذ: أ. يُعيِّن التَّلميذ بِالتَّقريب اَلكسر 0.6 بِصورة صَحيحة ولكن اَلكسر 0.06 لم يُعيِّنه بِصورة صَحيحة:  ب. يَأخذ التَّلميذ بِعين اَلاعتبار فقط عَلاقة اَلكِبَر بَين العَددين ويُعيِّن العَدد الصَّغير قَريبا مِن الصّفر وَالكَبير قريبا مِن أَلـ 1:

ج. يُعيّن التّلميذ العَدد 0.6 قَريبا من الـ 0 والعَدد 0.06 قَريبا من ألـ 1. على ما يَبدو يَنبع هذا الخَطأ مِن فَهم خاطئ بِأنه كلما كان عَدد المَنازل في العدد العَشري أكبَر يَكون العَدد اكبَر:

تَمثيل في شَبكة التَّربيعات 10×10:

التلاميذ لا يَجدون صُعوبة عادة في هذا التَّمثيل. على التَّلاميذ أَنْ يَفهموا بِأنَّ الشَّبكة تُمثِّل ألـ 1 صَحيح، ولذلك إذا كانت الشَّبكة مُقسَّمة إلى 100 تَربيعة، فإنَّ كلّ تَربيعة هي عِبارة جُزء واحد مِن مئة، وكلّ 10 تَربيعات هي عُشر. يُمكنهم أَنْ يُقرّروا بِأنَّ كلّ 10 تَربيعات تُمثّل الصَّحيح وَتَلوين 6 تَربيعات على أَنَّها تُمثّل 0.6. عَمليّا هم صادقون بِقرارهم إذا سَجّلوا ذلك بِشكل واضِح، وتَمكَّنوا مِن تَلوين عُشر تَربيعة على أَنَّها جُزء واحد مِن مِئة. لكن ذلك يُعدّ خَطأ اِعتمادا على الطَّريقة المَألوفة لِتَمثيل اَلأعداد على الشَّبكة.

تَمثيل بواسطة النُّقود:

- إذا لم يَعرف التَّلاميذ عَلاقة التَّحويل مِن شَواقل إلى أغورات، سَيجدون صُعوبة في تَمثيل اَلأعداد بِواسطة النُّقود. خُصوصا انَّ الأغورات غير مُستعملة تَقريبا، عَدا ألـ 10 أغورات وَ 50 أغورة.
- يستطيع التلاميذ تمثيل الأعشار بواسطة قطع نقدية من فئة 10 أغورات أو بِواسطة قِطع نَقديَّة مِن فِئة 10 شواقل (لأنه مَكتوب عليها 10) ومِن ثمّ تَمثيل اَلأجزاء مِن مِئة بِواسطة قِطع نَقديَّة مِن فئة 1 شيكل (لأنّ الجُزء مِن مِئة أصغَر مِن العُشر).

تَمثيل بِواسطة كَسر بَسيط:

يَكتب التَّلاميذ $\frac{0.6}{10}$ وَ $\frac{0.06}{100}$. هم يَعرفون المَقام المُلائم لِلأعشار والمَقام المُلائم لِلأجزاء مِن مِئة، لكنهم لا يَفهمون بِأنَّه يجب انْ نُسجِّل في البَسط عَدد اَلأعشار او اَلأجزاء مِن مِئة.

تَمثيل بِواسطة لوحة المَنازل:

التَّلميذ الذي يَرسم لوحة المَنازل ويُسجِّل فيها العَدَدين هكذا:

آحاد	عشرات	مئات
6	0	0
6	0	

	لا يُميّز بين العَشرات والأعشار وَبين المِئات وَالأجزاء مِن مِئة ولا يَفهم مَعنى النُقطة العَشريَّة.
اِقتراحات للنّقاش عِند اِنتِهاء الفعاليَّة	• يُمكن انْ نَطلب مِن التَّلاميذ أنْ يَعرضوا وَيَشرحوا طَرائق التَّمثيل التي كَتبوها وَنَسأل تلاميذ آخرين: مَن حلَّ بِطريقة مُشابهة؟ مَن حَلَّ بِطريقة مُختلفة؟ بِماذا تَتشابه الطَّرائق؟ وَبِماذا تَختلف؟ • يُمكن أَنْ نَعرض لهم إجابة صَحيحة وإجابة خاطئة مِن خلال أحد التَّمثيلات، وَنَسأل ما الفَرق بين الإجابَتين. • يُمكن أَنْ نسال أيضا: بِأيّ تَمثيل وَجدتم سُهولة اكبَر في وَصف اَلأعداد؟ بأيّ مِنها وَجدتم صُعوبة كَبيرة؟ لماذا؟
اِقتراحات للتَّوسُّع في الفعاليّة	• إضافة العَدد 0.66 وَوصفِه بِجميع التَّمثيلات. • إضافة العَدد 0.006 وَوصفِه في كلّ تَمثيل. • التَّدرب على تَمثيل أعداد مُختلفة على مُستقيم اَلأعداد. مَثلا: 1. أُرسُموا مُستقيم أعداد وَعيّنوا عليه اَلأعداد من 1 إلى 5. 2. أشيروا على نَفس المُستقيم إلى العَددين 2.5 وَ 1.25 3. أُرسموا مُستقيم أعداد يَظهر عليه العَدد 0.4 4. أشيروا على نَفس المُستقيم إلى العَدد 0.04