משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
אגף א' מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

מינהלת מל"מ
המרכז הישראלי לחינוך מדעי טכנולוגי
ע"ש עמוס דה שליט

אוניברסיטת חיפה
University of Haifa
جامعة حيفا

מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי
المركز القطري لمعلمي الرياضيات في المرحلة الابتدائية
משרד החינוך - המזכירות הפדגוגית, אגף א' למדעים

מיקרו־שיעור בנושא השוואת שברים ללא שימוש באלגוריתם המקובל

מטרה: לדון בדרכים להשוואת שברים המסתמכות על הבנת השפעתם של חלקי השבר (מונה ומכנה) על גודלו.

פיתוח: ברכה סגליס, לובה ויסוצ'אנסקי, ד"ר אתי נוי ופרופ' ראיסה גוברמן.

מרכז המורים מופעל על ידי אוניברסיטת חיפה עבור משרד החינוך במסגרת מכרז מס' 22/11.2020:
הקמה והפעלה של מרכזי מורים ארציים במקצועות הבאים: מדעים, טכנולוגיה ומתמטיקה.

מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי –- הפקולטה לחינוך, אוניברסיטת חיפה
שדרות אבא חושי 199, הר הכרמל, חיפה, מיקוד 3498838

טל" 04-8240646; פקס. 04-8288073; דוא"ל: mathcntr@edu.haifa.ac.il; אתר: http://ymath.haifa.ac.il

איזה שבר גדול יותר?

תלמידים התבקשו להסביר איזה שבר גדול יותר: $\frac{6}{7}$ או $\frac{6}{11}$?

גליה אמרה: $\frac{6}{7}$ גדול יותר, כי חסר רק $\frac{1}{7}$ כדי להשלים לשלם ואילו ב-$\frac{6}{11}$ חסר $\frac{5}{11}$ להשלים לשלם.

יוסי אמר: $\frac{6}{11}$ גדול יותר, כי המונים בשני השברים שווים והמכנה פה יותר גדול.

דני אמר: $\frac{6}{7}$ גדול יותר, כי המונים בשני השברים שווים, אבל הגודל של כל חלק ב-$\frac{6}{7}$ גדול יותר.

טליה אמרה: שני השברים גדולים מחצי, אז אי אפשר לדעת.

התשובה של מי מהתלמידים נכונה? מדוע?

מעטפת פדגוגית

מטרת הפעילות	לדון בדרכים להשוואת שברים המסתמכות על הבנת השפעת של חלקי השבר (מונה ומכנה) על גודלו.
הנושא בתוכנית הלימודים	**כיתה ד'**: השוואת שברים בדרכים אינטואיטיביות ללא אלגוריתם (עמ' 77). **כיתה ה'**: השוואת שברים – ניתן להשוות שברים בדרכים נוספות (עמ' 99). הפעילות מתאימה לכיתה ה' כחזרה על הנושא שנלמד בכיתה ד'.
תיאור כללי של הפעילות	בפעילות זו מוצגות תשובות מנומקות של ארבעה תלמידים לשאלה העוסקת בהשוואת שברים. מתשובות התלמידים עולות דרכים שונות להשוואת שברים פשוטים: השלמה לשלם; השוואת השברים שלהם מונים שווים; השוואת שברים שלהם מכנים שווים; השוואת שברים באמצעות נקודות האחיזה (במקרה של משימה זו – השוואה לחצי). **השלמה לשלם:** אם השברים קרובים לשלם ניתן לבדוק כמה חסר בכל שבר כדי להגיע לשלם, ואז להשוות את השברים המשלימים. כאשר משווים שברים באמצעות השלמה לשלם, השבר שחסר לו חלק קטן יותר מהשלם הוא השבר הגדול יותר. **השוואת שברים בעלי אותו מכנה:** אם המכנים של שני שברים שווים ניתן לקבוע איזה שבר גדול יותר לפי גודל המספרים במונה. **השוואת שברים בעלי אותו מונה:** אם המונים של שני השברים שווים, ניתן לדעת איזה שבר גדול יותר לפי השוואת המספרים במכנה. מכנה גדול מעיד על חלוקת השלם למספר גדול יותר של חלקים, ולכן גודלו של כל חלק יהיה קטן יותר (אם ממחישים זאת יש להשתמש, כמובן, בשלמים שווים בגודלם כדי לאפשר השוואה). **השוואת שברים באמצעות נקודת אחיזה – השוואה לחצי**: השוואה זו מתאפשרת כאשר אחד השברים גדול מחצי, ואילו השבר השני קטן מחצי. במצב כזה השבר הגדול מחצי יהיה השבר הגדול מבין שני השברים.

	יש לציין שלא כל זוג שברים ניתן להשוות באחת מהדרכים שצוינו לעיל, ויש שברים שבהם נדרש לעבוד לפי האלגוריתם של מציאת מכנה משותף. במשימה זו צריך למצוא איזה שבר גדול יותר, וגם להתייחס להנמקות שמביאים התלמידים במשימה. להנמקות חשיבות רבה משום שהן מובילות לניסוח הדרכים שבהן ניתן להשוות שברים ללא האלגוריתם של מציאת מכנה משותף. מאמרים קשורים: • פיתוח "סימני דרך" בשברים • 10 טיפים מעשיים כדי להפיח חיים בשברים ולעשותם הגיוניים (סעיף 6) • הבניית ידע בהשוואת שברים על־פי הכלל של המשלים לשלם
שימוש בעזרים או בכלים דיגיטליים	• כל אמצעי ההמחשה לשברים פשוטים יכולים להתאים לצורך מציאת השבר הגדול יותר. לדוגמה: מגדל שברים, עיגולי שברים, סרגלי שברים וישר המספרים (בִּדְקוּ שבאמצעי המחשה שבהם ישתמשו התלמידים יש אפשרות להציג את שני השברים). אבל, כאמור, ההנמקות ואפיון דרכי ההשוואה ללא המחשה חשובים יותר. ניתן להיעזר בהמחשה לצורך בדיקת ההנמקות של התלמידים. • יישומונים מתאימים: - לוחות שברים (ניתן להוסיף עוד מכנים) - השוואת שברים על ישר המספרים ובעיגולים
ידע קודם הכרחי לביצוע הפעילות	• הכרת המושגים: שבר פשוט, מונה, מכנה, חלק, שלם, חצי, משלים לשלם. • יכולת להמחיש את השברים באמצעי המחשה שבהם משתמשים בכיתה.
דרכי פתרון אפשריות	ייתכנו שתי דרכים מרכזיות לפיהן יפעלו התלמידים: א. קודם להשוות את שני השברים הנתונים בדרך שנוחה לתלמידים ואז לעיין בתשובות ובהנמקות הנתונות ולהחליט איזו מהן נכונה. ב. לבחון כל אחת מהתשובות וההנמקות, ולבדוק מי מהתלמידים השיב תשובה נכונה.

נתבונן בכל אחת מהתשובות וההנמקות.

א. גליה אמרה: $\frac{6}{7}$ גדול יותר, כי חסר רק $\frac{1}{7}$ להשלים לשלם וב-$\frac{6}{11}$ חסר $\frac{5}{11}$ להשלים לשלם.

גליה משווה את השברים באמצעות השלמתם לשלם. הטעות שלה היא בכך שדרך זו לא מתאימה לכל זוג שברים. במקרה שלנו, לאחד מהשברים המוצגים במשימה זו חסר רק חלק אחד להשלים לשלם, ואילו השבר השני רחוק מאוד מהשלם, ולכן נשאר עוד להוכיח ש-$\frac{1}{7}$ קטן יותר מ-$\frac{5}{11}$ ולכן $\frac{6}{7}$ הוא השבר הגדול יותר. ניתן לראות כי התשובה של גליה נכונה באופן חלקי.

בתשובותיהם למשימה זו שני תלמידים התייחסו להשוואת המכנים:

ב. יוסי אמר: $\frac{6}{11}$ גדול יותר, כי המונים בשני השברים שווים והמכנה פה יותר גדול.

כלומר, יוסי היה סבור שהשבר הגדול הוא בעל המכנה הגדול יותר. זו כמובן שגיאה.

ג. דני אמר: $\frac{6}{7}$ גדול יותר, כי המונים בשני השברים שווים, אבל הגודל של כל חלק ב- $\frac{6}{7}$ גדול יותר.

דני היה סבור שהשבר הגדול הוא בעל המכנה הקטן, והסביר נכון שגודל כל חלק בו גדול יותר מגודל כל חלק בשבר השני.

ד. טליה אמרה: שני השברים גדולים מחצי, אז אי אפשר לדעת.

החצי של $\frac{7}{7}$ הוא שלוש וחצי שביעיות, והחצי של $\frac{11}{11}$ הוא חמש וחצי חלקי אחת עשרה, כלומר שני השברים שבמשימה זו גדולים מחצי ומבחינה זו טליה צודקת שזו לא דרך טובה להשוואה. אבל היא לא צודקת בטענה שאי אפשר לדעת. חמש וחצי חלקי אחת עשרה קרובות מאוד ל-$\frac{6}{11}$ ואילו שלוש וחצי שביעיות די רחוקות מ- $\frac{6}{7}$, לכן נראה ש- $\frac{6}{7}$ הוא השבר הגדול יותר. במקרה זה יש לחפש דרך אחרת להשוות בין השברים.

טעויות שיכולות להצביע על קשיים בהבנת המושג או המיומנות	• השוואה בין השברים על סמך "תחושת בטן" ובהתאמה ישנה התייחסות להנמקות המוצגות של ארבעת התלמידים באופן כוללני ולא מבחינה מתמטית. תשובות כמו: "זה נראה לי...", "זה לא נראה לי...", יכולות לנבוע מאי־הבנה של מושג השבר כמספר, או מאי־הבנה כיצד חלקי השבר (מונה ומכנה) תורמים לגודלו. • פסילת התשובה של גליה בטענה ש-$\frac{1}{7}$ קטן יותר מ-$\frac{5}{11}$. התלמיד/ה לא מבין/ה את הרעיון של השלמה לשלם: אם החלק שמשלים לשלם קטן יותר, אז השבר גדול יותר. • בחירת התשובה של יוסי כנכונה מעידה על אי־הבנה שככל שהמכנה גדול יותר כך חלקי השבר קטנים יותר, ולכן אם המונים שווים אז השבר הגדול הוא בעל המכנה הקטן. • פסילת התשובה של דני תהיה מסיבה דומה לקודמת. • אי־יכולת לנמק מדוע התשובות של התלמידים נכונות או לא, מעידה על קושי להבין את מהות השוואת השברים המוצגים כאן, או קושי בניסוח התשובה ונטייה להסתמך על השפה המתמטית הסימבולית (מספרים ופעולות וכתיבה אלגברית). מקרה כזה לא מעיד בהכרח על קשיים בהפשטה (ייתכן שהכתיבה האלגברית מובנת לתלמידים יותר מהסבר מילולי).
הצעות לדיון בתום המשימה	• דיון על הדרכים השונות להשוואת שברים בדרך לא אלגוריתמית. • אם התלמידים כבר למדו את הדרך האלגוריתמית של מציאת מכנה משותף, ניתן לשאול: לאיזו מארבע הדרכים מובילה הטכניקה של מציאת מכנה משותף? • ניתן לבקש מהתלמידים להציע דרכים נוספות להשוואת שברים (דוגמאות יופיעו במשימת ההמשך).
הצעות להרחבת המשימה	1. כתבו 4 זוגות של שברים והשוו אותם בשתי דרכים שונות לפחות. 2. השוו את זוגות השברים הבאים והסבירו את הדרך שבה השתמשתם להשוואת כל זוג (במשימה זו נדרש גם ידע של הרחבה, צמצום, מציאת מכנה משותף והוצאת שלם): א. $\frac{6}{12}$ ___ $\frac{9}{18}$ [שני השברים שווים לחצי].

ב. $\frac{4}{16}$ ___ $\frac{6}{18}$ [השבר הראשון שווה לרבע והשני לשליש]. ג. $\frac{2}{5}$ ___ $\frac{3}{8}$ [במקרה זה אין דרך להשוות את השברים בשיטות שצוינו קודם, פרט לשימוש באלגוריתם להשוואת שברים באמצעות מציאת מכנה משותף]. ד. $\frac{8}{6}$ ___ $\frac{11}{9}$ [לאחר הפיכת השברים למספרים מעורבים, בחלק השברי מתקבלים שני שברים בעלי אותם מונים].	