מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי

المركز القطري لمعلمي الرياضيات في المرحلة الابتدائية

משרד החינוך - המזכירות הפדגוגית, אגף א' למדעים

دَرس قَصير بِمَوضوع مُقارَنَة كُسور دون اِستِعمال اَلخَوارِزمِيَّة اَلمَألوفَة

اَلهَدف: إجراء نِقاش حَول طَرائِق لِمُقارَنَة كُسور تَستَنِد على فَهم تَأثير أجزاء اَلكَسر (بَسط وَمَقام) على كِبَره (مِقدارِه).

تطوير: ברכה סגליס, לובה ויסוצ'אנסקי, ד"ר אתי נוי ופרופ' ראיסה גוברמן.

الصور في المهمة أُخِذَت من الموقع https://www.canva.com/

מרכז המורים מופעל על ידי אוניברסיטת חיפה עבור משרד החינוך במסגרת מכרז מס' 22/11.2020:
הקמה והפעלה של מרכזי מורים ארציים במקצועות הבאים: מדעים, טכנולוגיה ומתמטיקה.

מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי -– הפקולטה לחינוך, אוניברסיטת חיפה
שדרות אבא חושי 199, הר הכרמל, חיפה, מיקוד 3498838

טל' 04-8240646; פקס. 04-8288073; דוא"ל: mathcntr@edu.haifa.ac.il; אתר: http://ymath.haifa.ac.il

ما اَلكَسر اَلأكبَر؟

طُلِبَ مِن اَلتَّلاميذ أنْ يَشرَحوا أيّ اَلكَسرَين هو اَلأكبَر: $\frac{6}{7}$ أم $\frac{6}{11}$؟

قالت مَنال: $\frac{6}{7}$ هو اَلكَسر اَلأكبَر، لِأنه يَنقُص فَقَط $\frac{1}{7}$ لِإكمالِه لِواحِد صَحيح، بَينما لِلكَسر $\frac{6}{11}$ يَنقُص $\frac{5}{11}$ لِإكماله لِواحِد صَحيح.

قال يوسف: $\frac{6}{11}$ هو اَلكَسر اَلأكبَر، لِأنَّ بَسطَي اَلكَسرَين مُتساوِيان وَمَقام هذا اَلكَسر هو اَلأكبَر.

قال أمير: $\frac{6}{7}$ هو اَلكَسر اَلأكبَر، لِأنَّ بَسطَي اَلكَسرَين مُتساوِيان، لكن مِقدار كُلّ جُزء في اَلكَسر $\frac{6}{7}$ أكبَر.

قالت تالا: كُلّ واحِد مِن اَلكَسرَين أكبَر مِن نِصف، لذلك لا يُمكِن أنْ نَعرِف أيّ اَلكَسرَين هو اَلأكبَر.

أيّ اَلتّلاميذ إجابَته صَحيحة؟ لِماذا؟

أساليب تَدريس بيداغوجِيَّة في الرّياضِيّات

هَدف الفَعالِيَّة	إجراء نِقاش حَول طرائِق لِمُقارنة كُسور تَستَنِد على فَهم تَأثير أجزاء اَلكَسر (بَسط وَمَقام) على كِبَره (مِقداره).
المَوضوع في المِنهاج التَّعليمي	**الصَّف اَلرَّابع:** مُقارنة كُسور بِطرائِق مُختلفة دون اِستِخدام خَوارزميَّة (صفحة 77). **الصَّف اَلخامس:** مُقارنة كُسور – يُمكن مُقارنة كُسور بِطرائِق إضافيَّة (صفحة 99). اَلفَعاليَّة تُلائم اَلصَّف اَلخامِس كَمُراجعة لِلمَوضوع الذي تمَّ تَعلّمه في الصَّف الرَّابع.
وَصف عام للفعّالِيَّة	تَعرض هذه اَلفعاليَّة إجابات مَع شُروح لِأربعة تَلاميذ عَن سُؤال يَتناول مَوضوع مُقارنة اَلكُسور. نُلاحظ مِن إجابات التَّلاميذ بِوُجود طرائِق مُختلفة لِمُقارنة كُسور بَسيطة: اَلإكمال لِصحيح، مُقارنة كُسور بُسوطها مُتساوية، مُقارنة كُسور مَقاماتها مُتساوية، مُقارنة كُسور بِواسطة نقاط اِرتكاز (في هذه اَلمُهمَّة - مُقارنة مَع النِّصف). **اَلإكمال لصحيح:** إذا كان اَلكَسران قَريبان لِصَحيح، يُمكن أنْ نَفحص عَدد اَلأجزاء النَّاقصة في كلّ كَسر حتّى إكماله لِصَحيح، وَمِن ثمّ مُقارنة اَلكُسور اَلمُكمِّلة لِلصَّحيح. عندما نُقارن بَين كُسور بِواسطة اَلإكمال لِصَحيح، اَلكَسر الذي يَنقُصه اَلجُزء اَلأصغَر مِن اَلصَّحيح، يَكون هو اَلكَسر اَلأكبَر. **مُقارنة كُسور لها نَفس اَلمَقام:** إذا كان مَقاما اَلكَسران مُتساويَين، يُمكننا تَحديد اَلكَسر اَلأكبَر بِحَسب كِبَر اَلأعداد في اَلبَسط. **مُقارنة كُسور لها نَفس اَلمَقام:** إذا كان بَسطا اَلكَسران مُتساويَين، يُمكننا مَعرفة اَلكَسر اَلأكبَر بِحَسب مُقارنة اَلأعداد في اَلمَقام. مَقام كَبير يَدلّ على أنَّ الصَّحيح قسِّم لِعَدد أقسام أكبَر، وَلذلك كِبَر كلّ قِسم يَكون أصغَر (إذا أردنا عَرض ذلك بِشكل مَحسوس، يجب اِستِعمال صَحيحين مُتساويَين في اَلكِبَر كَي نَتمكَّن مِن إجراء اَلمُقارنة). **مُقارنة كُسور بواسطة نُقطة اِرتِكاز – مُقارنة مع اَلنِّصف.** يُمكن اَلمُقارنة بِاستِخدام هذه الطَّريقة عندما يكون أحَد اَلكَسرين أكبَر مِن نِصف، بَينما اَلآخَر أصغَر مِن نِصف. في هذه اَلحالة، اَلكَسر اَلأكبَر مِن تِصف يَكون اَلكَسر اَلأكبَر مِن بَين اَلكَسرَين. يجب اَلإشارة بِأنَّ طرائق اَلمُقارنة أعلاه لا تَصلح لِلمُقارنة بَين كلّ زَوج كُسور، هناك كُسور يجب اتِّباع خَوارزميَّة إيجاد مَقام مُشترك لِلمُقارنة بَينها.

	هذه اَلمهمَّة تَتطلَّب تَحديد اَلكَسر اَلأكبَر مِن بَين اَلكَسرَين، وأيضا اَلتَّطرق إلى اَلشُروح التي يَأتي بها التَّلاميذ. هناك أهميَّة كَبيرة لِلشُروح لِأنَّها تُؤدي إلى صِياغة اَلطَّرائق التي بِواسطتها يُمكن مُقارنة اَلكُسور دون اِستِخدام خَوارزميَّة إيجاد مَقام مُشترك. مَقالات ذات صِلة – بِاللغة اَلعبريَّة: • פיתוח "סימני דרך" בשברים • 10 טיפים מעשיים כדי להפיח חיים בשברים ולעשותם הגיוניים (סעיף 6) • הבניית ידע בהשוואת שברים על־פי הכלל של המשלים לשלם
اِستِعمال وَسائِل إيضاح أو وَسائِل مُحوسَبَة	• جَميع وسائِل اَلإيضاح اَلمُستخدمة في اَلكُسور اَلبَسيطة يُمكنها أنْ تكون مُلائمة لِإيجاد اَلكَسر اَلأكبَر. مَثلًا: بُرج كُسور، قِطاعات كُسور، مَساطر كُسور وَمُستقيم اَلأعداد (تأكَّدوا مِن أنَّ وَسائل اَلإيضاح التي سَيستَعملها التَّلاميذ يُمكن بِواسطتها تَمثيل اَلكَسرَين). لكن، بِالطَّبع، اَلشُروح وَتَحديد طرائق اَلمُقارنة بِدون اِستخدام وَسائل إيضاح ذات أهميَّة أكبَر. يُمكن اِستخدام وَسيلة إيضاح لِفَحص شُروح التلاميذ. • تَطبيقات مُلائمة: - لوحات كسور (يُمكن إضافة مَقامات أخرى) - مقارنة كسور على مستقيم الأعداد وفي دوائر
اَلمَعرفة المُسبقة اللازِمة لتَنفيذ الفعَّاليَّة	• مَعرفة اَلمُصطلحات: كَسر بَسيط، بَسط، مَقام، جُزء، صَحيح، نِصف، مُكمِّل لِصَحيح. • اَلقُدرة على عَرض اَلكُسور بِواسطة وَسائل إيضاح يَستخدمها اَلتَّلاميذ في اَلصَّف.
طَرائِق حَلّ مُمكِنَة	مِن اَلمُحتمل وُجود طَريقتَين رَئيسيَّتَين يَعمل اَلتَّلاميذ بِحَسبهما: أ. أولًا مُقارنة بَين اَلكَسرين اَلمُعطيَين بِالطَّريقة اَلمُريحة لِلتَّلاميذ، وَمِن ثمّ اَلتَّمعن بِالإجابات وَالشُروح اَلمُعطاة وَاِتِّخاذ اَلقَرار بِالنسبة لِلإجابة اَلصَّحيحة. ب. اِختبار كلّ واحدة مِن اَلإجابات وَالشُروح، وَفَحص أيّ التَّلاميذ أجاب بِصُورة صَحيحة. **لِنَتمعَّن في كلّ واحدة مِن اَلإجابات وَالشُروح.** أ. قالت منال: $\frac{6}{7}$ أكبَر، لِأنَّه يَنقُص فقط $\frac{1}{7}$ لِلإكمال لِصحيح وفي اَلكَسر $\frac{6}{11}$ يَنقُص $\frac{5}{11}$ لِلإكمال لِصَحيح. تُقارن منال بين اَلكَسرين بِواسطة إكمالهما لِصَحيح. اَلخطأ في إجابتها هو أنَّ هذه اَلطَّريقة لا تُلائم كلّ كَسرين. في اَلحالة اَلمَعروضة هنا، أحَد اَلكَسرين يَنقُصه فقط جُزء واحد لِإكماله لِصَحيح، بَينما اَلكَسر اَلثَّاني بَعيد جِدًا مِن اَلصَّحيح، وَلِذلك بَقيَ أنْ نُبرهن

	أنَّ $\frac{1}{7}$ أصغَر مِن $\frac{5}{11}$ وَلِذلك $\frac{6}{7}$ هو الكَسر اَلأكبَر. نُلاحظ أنَّ إجابة منال صَحيحة بِشكل جُزئي. تَطرَّق تِلميذان في إجابتهما لِمُقارنة اَلمقامات: ب. قال يوسف: $\frac{6}{11}$ أكبَر، لِأنَّ بَسطَي اَلكَسرَين مُتساويان وَاَلمقام هنا أكبَر. هذا يَعني، أنَّ يوسف اِعتَقد بِأنَّ اَلكَسر اَلأكبَر هو اَلكَسر صاحِب اَلمَقام اَلأكبَر، وَهذا بِالطَّبع هو اَلخَطأ. ج. قال أمير: $\frac{6}{7}$ أكبَر، لِأنَّ بَسطَي اَلكَسريَن مُتساويان، لكن كِبَر كلّ جُزء في اَلكَسر $\frac{6}{7}$ أكبَر. اِعتَقد أمير بِأنَّ اَلكَسر اَلأكبَر هو صاحب اَلمَقام اَلأصغَر، وَشَرَح بِصورة صَحيحة أنَّ كلّ جُزء فيه أكبَر مِن كلّ جُزء في اَلكَسر اَلثَّاني. د. قالت تالا: كلّ واحد مِن اَلكَسرين أكبَر مِن نِصف، وَلِذلك لا يُمكن أنْ نعرف. نِصف ألـ $\frac{7}{7}$ هو ثَلاثة أسباع وَنِصف، وَنِصف ألـ $\frac{11}{11}$ هو خمسة أجزاء وَنِصف مِن 11، هذا يعني أنَّ اَلكَسرين في اَلمهمَّة أكبَر مِن نِصف، وَتالا صادقة مِن هذه اَلناحيَة، بِأنَّ طَريقة اَلمُقارنة مع اَلنِّصف غَير مُلائمة لِلمُقارنة في هذه اَلحالة. لكنّها أخطأت عِندما اِدَّعت أنَّه لا يُمكن أنْ نعرف. خَمسة أجزاء وَنِصف مِن 11 قريبة جدا لـِ $\frac{6}{11}$ ، بَينما ثلاثة أسباع وَنِصف بَعيدة بِما يَكفي عن $\frac{6}{7}$ ، لِذلك يَبدو أنَّ الكَسر $\frac{6}{7}$ هو اَلأكبَر. في هذه الحالة يَجب اَلبَحث عن طريقة أُخرى لِلمُقارنة.
أخطاء مِن المُمكن أنْ تُشير إلى وُجود صُعوبات في فَهم المُصطلَح أو المَهارة	• مُقارنة بَين اَلكُسور اِستنادًا على "إحساس داخلي" وَكذلك تَطرُّق لِلشُّروح اَلمَعروضة لِلتَّلاميذ اَلأربعة بِصورة عامَّة وَليس مِن مِنظار رياضي. أمثلة لِإجابات: "أعتقد انَّ..." "لا اعتقد انَّ..."، يُمكن أنْ يكون مَصدرها عن عَدم فَهم مَعنى مَفهوم اَلكَسر كَعدد، او عَدم فَهم كَيفيَّة تأثير أجزاء اَلكَسر (بسط ومقام) على كِبَره. • إلغاء إجابة منال حيث اِدَّعت أنَّ $\frac{1}{7}$ أصغَر مِن $\frac{5}{11}$. اَلتِّلميذ لا يَفهم فِكرة اَلإكمال لِصحيح: إذا كان اَلجُزء اَلمُكمِّل لِصَحيح أصغَر، فإنَّ اَلكَسر يكون أكبَر. • اِختيار إجابة يوسف على أنَّها صحيحة يَدُلّ على عَدم اَلفَهم بِأنَّه كُلّما كان اَلمَقام أكبَر فإنَّ أجزاء الكَسر تكون أصغَر، وَلِذلك إذا كانت اَلبُسوط مُتساوية فإنَّ اَلكَسر اَلأكبَر هو صاحب اَلمَقام اَلأصغَر. • إلغاء إجابة أمير لِنَفس اَلسَّبب السَّابق.

	• عَدم اَلقُدرة على تَفسير اَلسَّبب لِصحَّة او عَدم صِحَّة إجابات التَّلاميذ، يَدلّ على وُجود صُعوبة في فَهم فَحوى مُقارنة اَلكُسور اَلمَعروضة هنا، أو صُعوبة في صِياغة اَلإجابة بِالاستناد على اَللُّغة اَلرياضيَّة اَلرَّمزية (أعداد وَعمليات وَكِتابة جَبريَّة). حالة كهذه، لا تَدُلّ حتما على صُعوبة في اِستخدام اَلمُجرَّد (مِن اَلمُحتمل أنْ تكون اَلكتابة اَلجَبريَّة مَفهومة لَدى التَّلاميذ أكثَر مِن اَلشَّرح اَلكَلامي).
اِقتراحات للنّقاش عِند اِنتِهاء الفعاليَّة	• نِقاش حَول اَلطُّرائق اَلمختلفة لِمُقارنة كُسور دون اِستخدام اَلخَوارزميَّة. • إذا تَعلَّم التَّلاميذ اَلطَّريقة اَلخَوارزميَّة لِإيجاد مَقام مُشترك، يُمكن أنْ نَسأل: لِأيّ طَريقة مِن اَلطُّرائق اَلأربعة تُؤدي خَوارزميَّة إيجاد مَقام مُشترك؟ • يُمكن انْ نَطلب مِن التَّلاميذ أنْ يَقترحوا طَرائقا أخرى لِمُقارنة كُسور (أمثِلة على ذلك سَتَظهر في اَلمهمَّة اَلمُكمِّلة).
اِقتراحات للتَّوسُّع في الفعاليّة	1. أُكتُبوا 4 أزواج كُسور وَقارنوا بَينها بِطَريقتين مُختلفتَين على اَلأقل. 2. قارنوا بَين أزواج اَلكُسور التّالية وَاِشرَحوا اَلطَّريقة التي اِستَخدمتُموها لِمُقارنة كلّ زَوج (تَتطلَّب هذه اَلمُهمَّة مَعرفة بِاستِعمال اَلتَّوسيع، اَلاختزال، إيجاد مَقام مُشترك وإخراج صَحيح): أ. $\frac{6}{12}$ ___ $\frac{9}{18}$ [كَسران يُساويان نصف]. ب. $\frac{4}{16}$ ___ $\frac{6}{18}$ [اَلكَسر اَلأوَّل يُساوي رُبع وَالثَّاني ثُلث]. ج. $\frac{2}{5}$ ___ $\frac{3}{8}$ [في هذه اَلحالة لا توجد طَريقة لِلمُقارنة بَين اَلكَسرين بِاستخدام إحدى اَلطَّرائق التي أشَرنا إليها سابقا، عَدا اِستخدام خَوارزميَّة مُقارنة كُسور بِواسطة إيجاد مَقام مُشترك]. د. $\frac{8}{6}$ ___ $\frac{11}{9}$ [بَعد تَحويل اَلكُسور لِأعداد مَخلوطة، نَحصل على كَسرَين بُسوطهما مُتساوية].