فعاليات على لوحة المسامير

موضوع الفعالية..... 2
مجموعة الهدف 2
معرفة رياضية مسبقة..... 2
هدف المهمة 2
مصطلحات رياضية..... 2
للمعلم 3
فعالية 1 (للطالب)..... 4
فعالية 1- ملاحظات للمعلم 6
فعالية 2 (للطالب)..... 12
فعالية 2- ملاحظات للمعلم 13
فعالية 3 (للطالب)..... 19
فعالية 3 – ملاحظات للمعلم..... 20

الفعالية مأخوذة من موقع nrich

فعاليات على لوحة المسامير

موضوع الفعالية

تتركز الفعاليات بموضوع الهندسة الفراغية. يتم بناء مثلثات ومربعات حسب شروط معطاة. تتمحور الفعاليات حول ايجاد جميع الإمكانيات لبناء مثلثات ومربعات على لوحة مسامير بأحجام مختلفة، إيجاد مساحتها وإيجاد العلاقة بين طول الأضلاع والمساحة.

مجموعة الهدف

الصفوف الرابعة حتى السادسة

معرفة رياضية مسبقة

تمييز وتسمية المثلثات والأشكال الرباعية. صفات المثلثات والأشكال الرباعية. حساب مساحة المثلثات والأشكال الرباعية حسب وحدة مساحة معطاة.

هدف المهمة

في الفعالية الأولى يتدرب الطالب على بناء مثلثات ومربعات مختلفة (يمكن الإستعانة بلوحة مسامير أو ورق شبكة او تطبيق محوسب). بعدها سيقوم الطالب بعدّ جميع المضلعات (المثلثات والمربعات) التي بناها وفقًا لقواعد معطاة. يقترح الطالب استراتيجيات لبناء المضلعات المذكورة ويوثقها. كما عليه أن يبني مثلثات بناءً على مساحة معطاة ويبحث متى يمكن بناؤها ومتى لا.

في الفعالية الثانية يبني الطالب على لوحة المسامير جميع المثلثات القائمة الزاوية وذلك بواسطة إزاحة إحدى الرؤوس من مثلث معطي. عليه أن يجد مثلثات متساوية المساحة وأن يحسب مساحتها.

في الفعالية الثالثة يبني الطالب مستطيلات على لوحة المسامير بناءً على شروط معطاة من البداية ويحسب مساحتها.

مصطلحات رياضية

مثلث، مربع، مستطيل، مساحة المثلث، مساحة المستطيل، مثلث قائم الزاوية، مثلث متساوي الساقين، زاوية قائمة.

للمعلم

وصف الفعالية

في هذه الفعالية يُطلب من الطالب أن يبحث وأن يعمل بشكل منهجي لإيجاد المضلعات وحساب مساحتها حسب الشروط المعطاة.

اقتراحات للعمل

مفضل استعمال ما يسمى ب "لوحة المسامير" أو الورق المنقط dotty grid أو التطبيق المحوسب Virtual Geoboard لكي نساعد الطالب في بناء المضلعات، فحص وبحث أي المضلعات ملائمة وأيها غير ملائمة. نطلب من الطلاب أن يبنوا الأشكال الرباعية/المثلثات الممكنة بألوان مختلفة وألا يفككونها لكي يتسنى لهم المقارنة مع الأشكال التي بنوها سابقاً.

أسئلة للنقاش

عند انتهاء الفعالية مفضل إجراء نقاش مع الطلاب يبحث من خلاله النقاط التالية:

1. صفوا الطريقة التي استعملتموها لبناء المثلثات/الأشكال الرباعية.

إمكانيات للتوسع

تنفيذ نفس الفعالية على لوحات بأحجام أخرى (5x5, 6x6, 9X7...) ونطلب من الطلاب مقارنتها مع الفعالية السابقة.

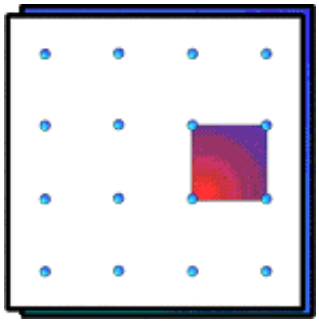
نجري نقاشًا: ما الذي تغير، ما الذي لم يتغير ولماذا؟

فعالية 1 (للطالب)

كم مثلثًا وكم شكلاً رباعياً؟

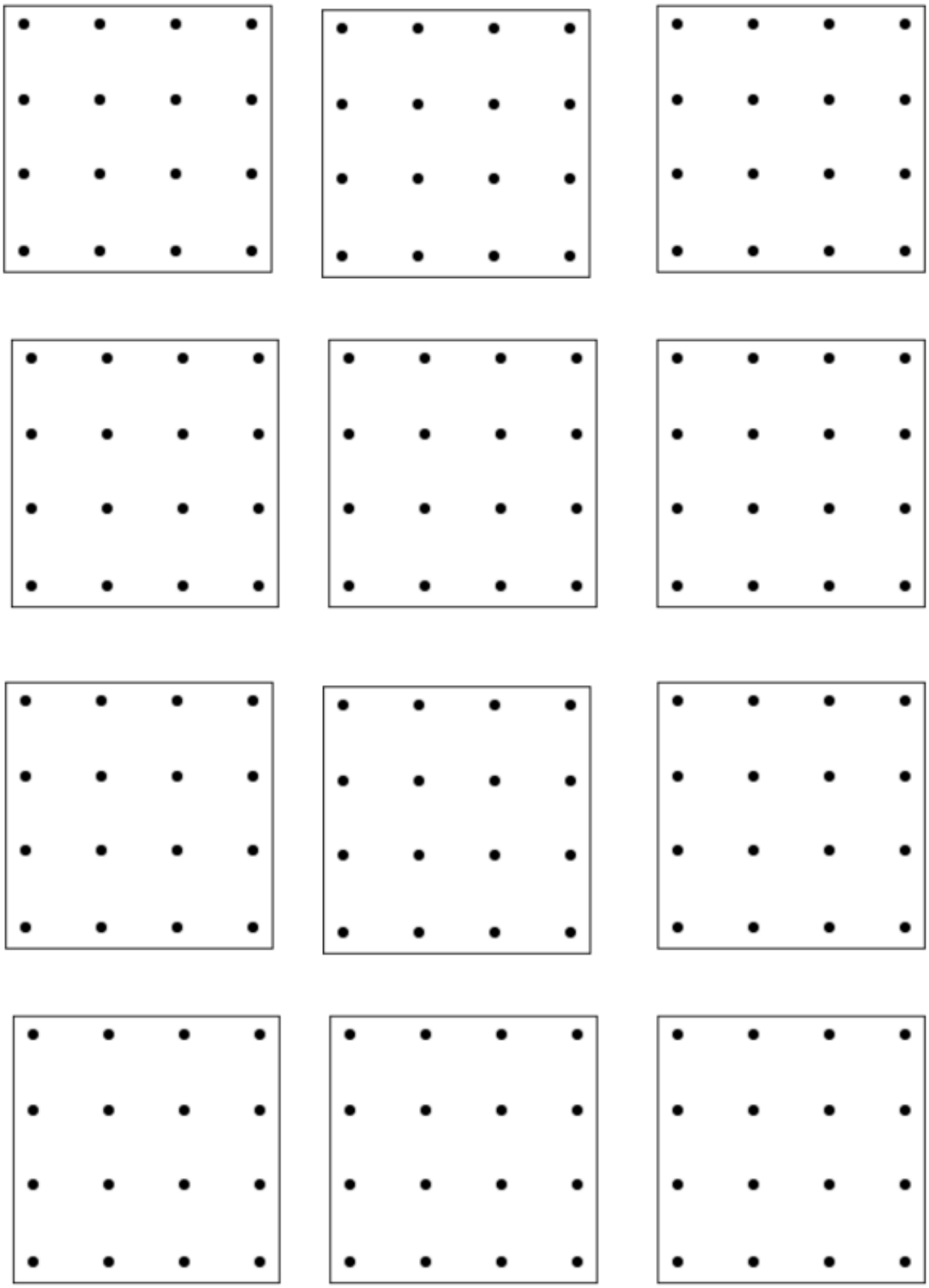
استخدموا لوحة مسامير بحجم 4X4

1. كم مثلثًا قائم الزاوية (غير متطابقة) يمكن بناؤها على لوحة المسامير 4X4؟ (استخدم الورقة المرفقة)
2. كم مثلثًا قائم الزاوية ومتساوي الساقين (غير متطابقة) يمكن بناؤها على لوحة المسامير 4X4؟ (استخدم الورقة المرفقة)
3. جد مساحة كل واحد من المثلثات التي بنيتها في البند 1 حسب مربع الوحدة (مربع الوحدة كما مبين في الرسم).



4. كم مربعاً مختلفًا يمكن بناؤه على لوحة المسامير 4X4؟
5. هل يمكن بناء مربع مساحته 2 مربعات؟ إذا نعم بيّن كيف حسبت مساحته.
6. جد مساحة كل واحد من المربعات التي وجدتها في البند 4.

للطالب



فعالية 1- ملاحظات للمعلم

اقتراحات لحلول ممكنة

سؤال 1:

نجد **المثلثات القائمة الزاوية الممكنة** بطريقة منهجية.

(نقيس طول أضلاع المضلعات بوحدات "مربع الوحدة").

أمثلة لأطوال الأضلاع القائمة:

مثلث أ: 1 ו- 1

مثلث ب: 1 ו- 2

مثلث ج: 1 ו- 3

مثلث د: 2 ו- 2

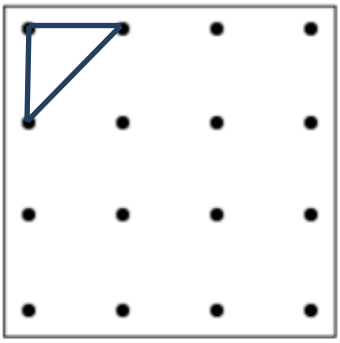
مثلث ه: 2 ו- 3

مثلث و: 3 ו- 3

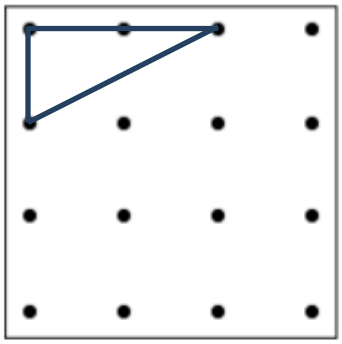
مثلث ز: قطر مربع 1X1 وقطر مربع 1X1 (أي, طول كل قائم هو $\sqrt{2}$)

مثلث ح: قطر مستطيل 1X2 وقطر مستطيل 1X2 (أي, طول كل قائم هو $\sqrt{5}$)

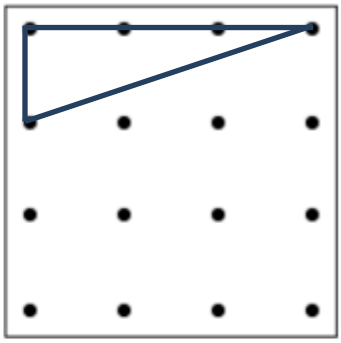
أ



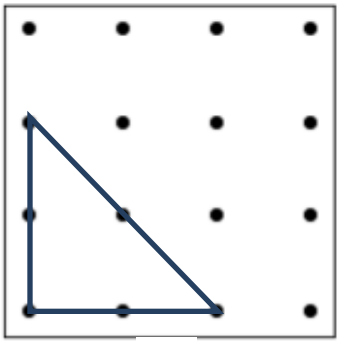
ب



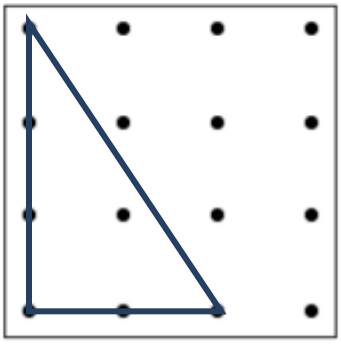
ج



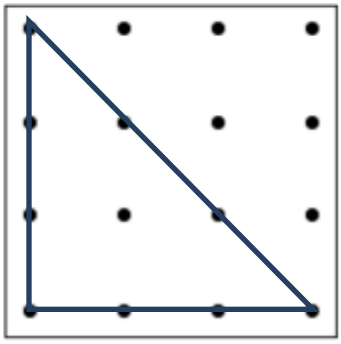
د



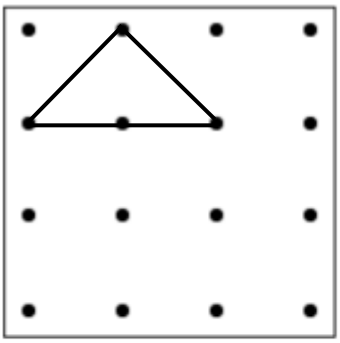
ه



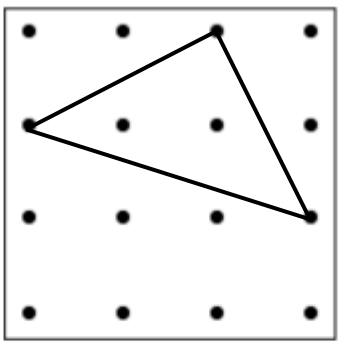
و

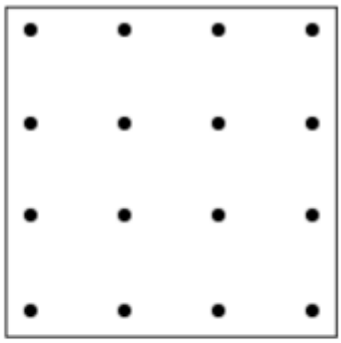


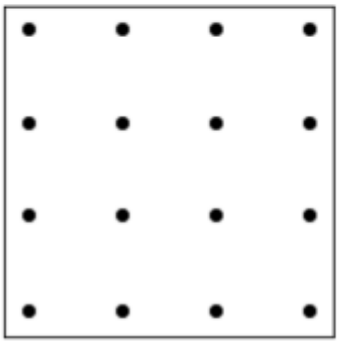
ز

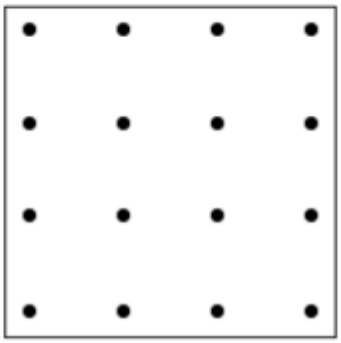


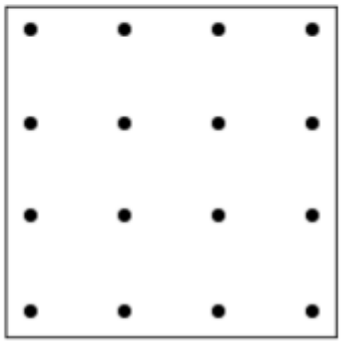
ح











الأسئلة 2 و- 3:

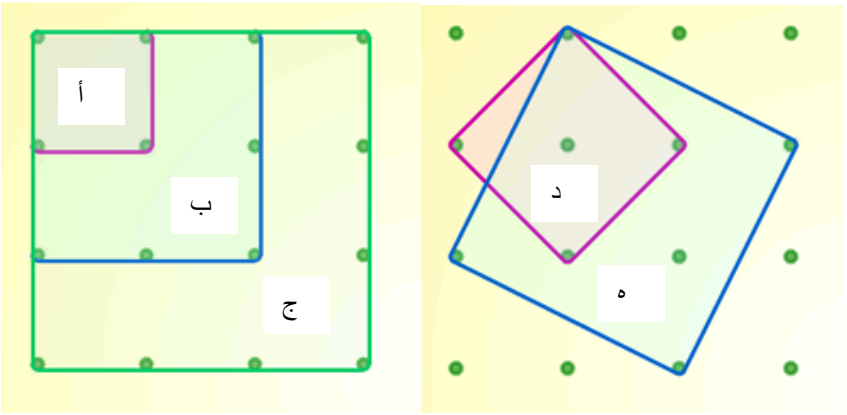
ممكن أن نجد 5 مثلثات قائمة الزاوية ومتساوية الساقين مختلفة عن بعضها البعض (انظر الى المثلثات أ، د، و، ز، ح).

ننظم مساحة المثلثات المذكورة أعلاه في جدول:

المثلث	المساحة حسب مربع الوحدة
أ	$\frac{1}{2}$
ب	1
ج	$1\frac{1}{2}$
د	2
ه	3
و	$4\frac{1}{2}$
ز	1
ح	4

سؤال 4:

يمكن أن نبني 5 مربعات مختلفة على لوح 4X4.



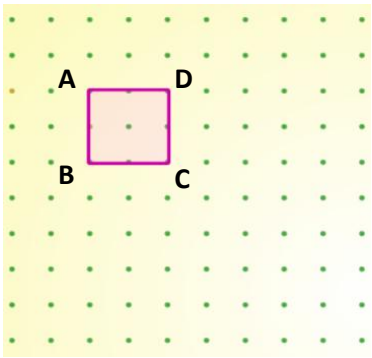
الأسئلة 7-5:

ننظم مساحة المربعات في جدول:

المربع	المساحة بوحدة مربع الوحدة
أ	1
ب	4
ج	9
د	2
ه	5

اقتراحات لتوسيع الفعالية في ورقة 1:

ماذا سيحصل عندما ننظر الى مربع بحجم 2X2 موجود على مربع منقط بحجم 10 X 10.



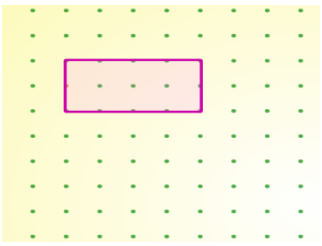
نطلب:

أ. قوموا بإزاحة رأسين فقط لكي نحصل على شكل جديد (ليس بالضرورة مربع) مساحته أكبر مرتين من مساحة المربع الأصلي. على أي مضلعات ممكن أن نحصل؟

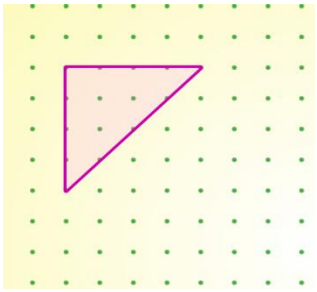
ب. ماذا سيحصل لو أزحنا رأس واحد لمضاعفة المساحة؟

בנד א – הצעות לפתרון:

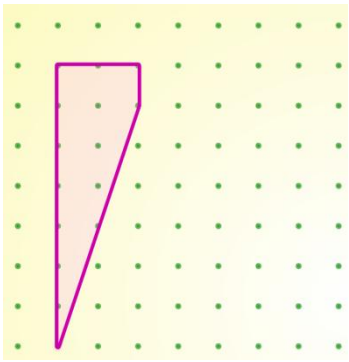
1. נזיז את הקודקודים C ו- D ונקבל מלבן שמשטחו 8 יחידות.



2. נזיז את הקודקודים B ו- D ונקבל משולש ישר זווית ושווה שוקיים שמשטחו 8 יחידות.

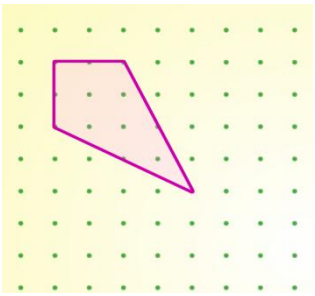


3. נזיז את הקודקודים B ו- C ונקבל טרפז ישר זווית שמשטחו 8 יחידות.

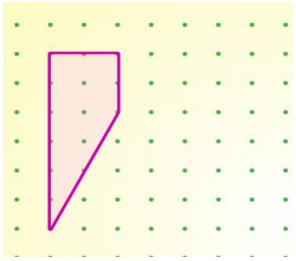


בנד ב – اقتراحات لحلول:

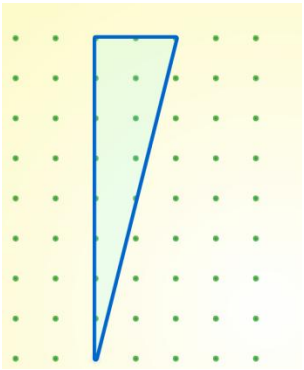
1. تحريك **رأس واحد** فقط الرأس C ونحصل على دالتون مساحته 8 وحدات.



2. تحريك **رأس واحد** فقط الرأس B ونحصل على شبه منحرف قائم الزاوية مساحته 8 وحدات.



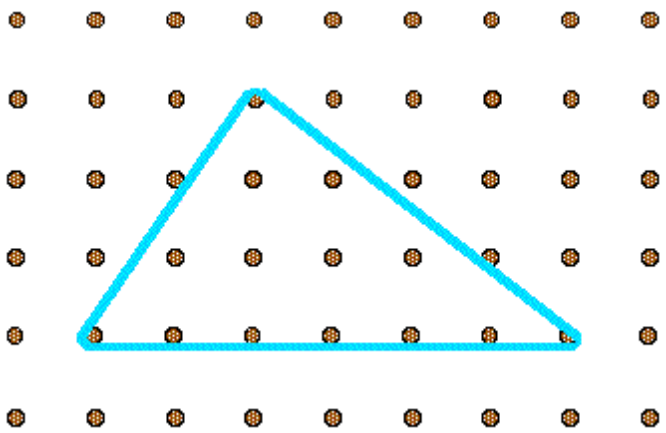
3. تحريك **رأس واحد** فقط الرأس C ونحصل على مثلث قائم الزاوية مساحته 8 وحدات.



وهكذا.....

فعالية 2 (للطالب)

أ. من المثلث المعطى ابنوا مثلث قائم الزاوية بواسطة تحريك رأس واحد فقط. (انتبه- هذا الوضع الأولي للمثلث. ومن هنا نحرك رأس واحد فقط في كل مرة، أي علينا أن نرجع إلى المثلث الأصلي في كل بند).



(ملاحظة: يمكن أن نفحص الزاوية القائمة بواسطة ورقة)

ب. حاولوا بناء مثلث قائم الزاوية بواسطة تحريك رأس آخر مختلف عن الرأس السابق الذي حركتموه في البند أ.

هل نجحتم؟ ارسموا على ورق منقط.

هل هناك إمكانيات أخرى؟ إذا نعم بينوا ذلك.

ت. كم مثلثًا قائم الزاوية مختلفة عن بعضها البعض (غير متطابقة) وجدتم بواسطة تحريك رأس واحد فقط في كل مرة على لوح بحجم 9X6 نقاط؟ ارسموها كلها.

ث. جدوا مثلثات متساوية المساحة في تجميعة المثلثات التي وجدتموها في البند ب. كم مثلثا وجدتم؟ سجلوا أطوالها ومساحتها.

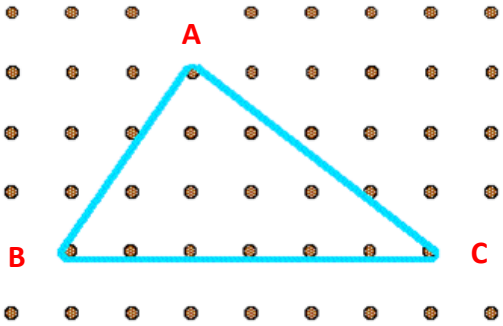
ج. هل بإمكانكم بناء مثلثات أخرى إضافية (غير قائمة) مساحتها متساوية مع مساحة المثلثات التي وجدتموها في البند ث؟ ارسموها وسجلوا أطوالها.

פעالية 2- ملاحظات للمعلم

بند ت – اقتراحات لحلول ممكنة

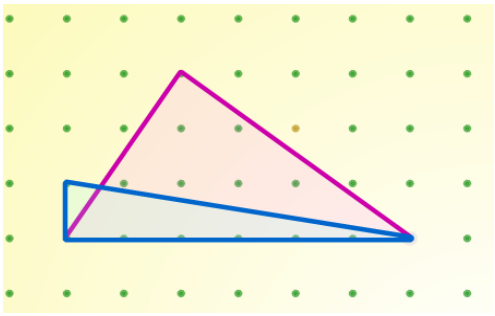
كم مثلثًا قائم الزاوية (غير متطابقة) يمكن بناءه بواسطة تحريك رأس واحد فقط في كل مرة على لوح 9X6؟ ارسمها كلها.

المثلث الأصلي:

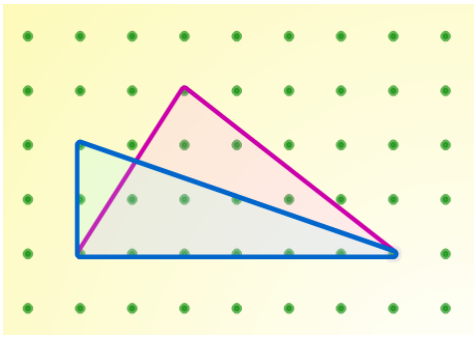


بواسطة تحريك رأس واحد فقط في المثلث الأصلي نحصل على 8 مثلثات قائمة الزاوية مختلفة عن بعضها البعض:
بواسطة تحريك الرأس A نحصل على 5 مثلثات قائمة بأشكال مختلفة **المثلثات أ – ه.** (المثلث الأصلي باللون البنفسجي)

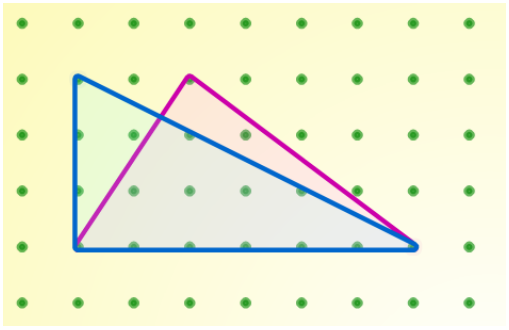
أ



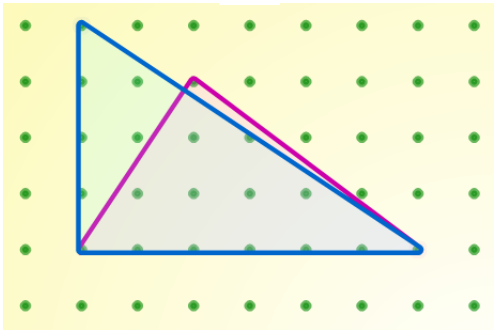
ب



ג

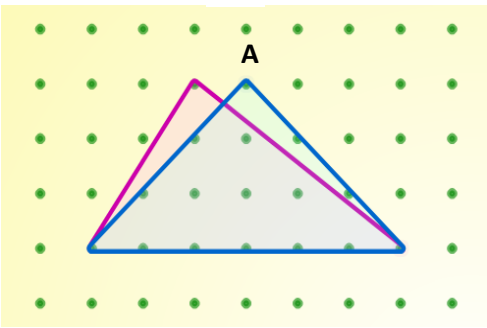


ד



مثلث ه:

ه

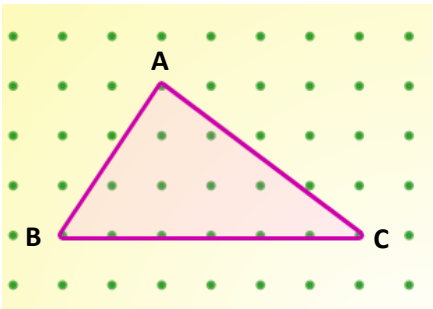


الزاوية A في المثلث الأزرق هي زاوية قائمة.

<u>للمعلم:</u> إذا نزلنا ارتفاع من الرأس A نحصل على مثلثان قائما الزاوية متساويا الساقين ومتطابقان. لذلك، الزاوية A مقدارها 90°.

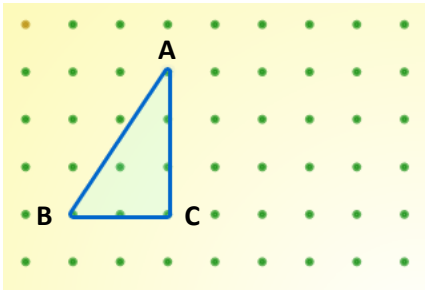
بواسطة تحريك الرأسين B أو C نحصل على ثلاث مثلثات أخرى إضافية (و-ح):

المثلث الأصلي



مثلث و:

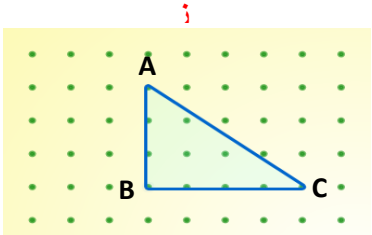
و



نحصل عليه عند تحريك الرأس C

مثلث ز:

ز

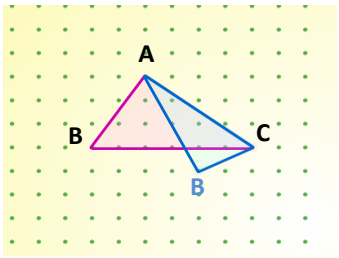


نحصل عليه عند تحريك الرأس B

مثلث ح:

نحصل عليه عند تحريك الرأس B (المثلث البنفسجي هو المثلث الأصلي والأزرق المثلث الجديد الذي نحصل عليه عند إزاحة الرأس B)

ح



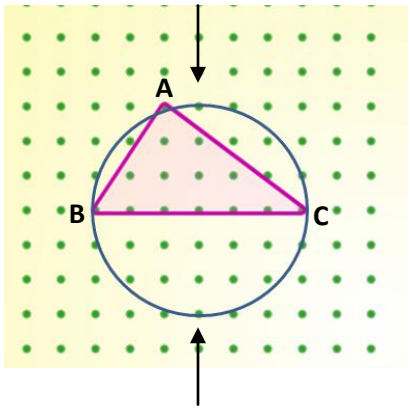
بواسطة التجربة والخطأ سيجد الطلاب مثلثات مختلفة.

بالطبع هناك طرق رياضية مختلفة لإيجاد المثلثات، على سبيل المثال بواسطة أن نمرر دائرة قطرها يساوي طول ضلع المثلث (كل مرة ضلع آخر) وإيجاد جميع النقاط التي تقع على محيط الدائرة. من كل نقطة كهذه ممكن أن نمرر قطعتين الى طرف ضلع المثلث (قطر الدائرة) ونحصل على زاوية محيطية تستند على القطر وهكذا تتكون زاوية قائمة مقدارها 90°. (أي نحصل على مثلث قائم الزاوية).

الحالة أ – دائرة قطرها الضلع BC.

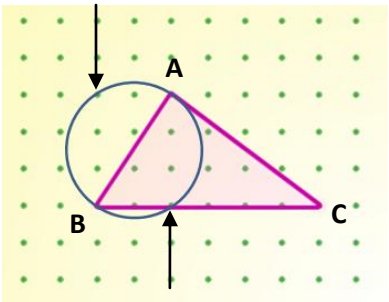
كل واحدة من النقاط التي تقع على محيط الدائرة تكوّن مثلث قائم الزاوية مع أطراف الضلع BC.

هنالك مثلثان نحصل عليهما عند إزاحة الرأس A: نقطتان تكوّن نفس المثلث، **مثلث ه في الأعلى** (الارتفاع الخارج من النقطة A الى الضلع BC طوله 3 وحدات طول). **أي مثلث واحد المثلث ه.**



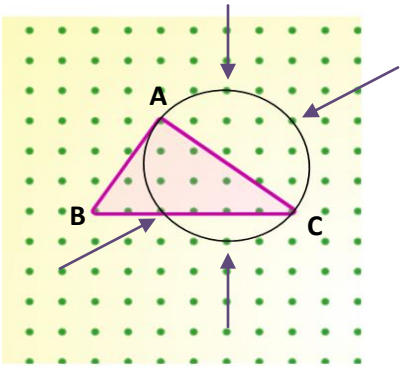
الحالة ب – دائرة قطرها الضلع AB.

كل واحدة من النقاط التي تقع على محيط الدائرة تكوّن مثلث قائم الزاوية مع أطراف الضلع AB. أي، إذا حركنا الرأس C بحيث يكون على محيط الدائرة – هنالك نقطتان كهذه – يتكون المثلث ذاته، مثلث **و** في الأعلى.



الحالة ج – دائرة قطرها الضلع AC.

كل واحدة من النقاط التي تقع على محيط الدائرة تكوّن مثلث قائم الزاوية مع أطراف الضلع AC. أي، إذا حركنا الرأس B بحيث يكون على محيط الدائرة – هنالك 4 نقاط كهذه – يتكون 4 مثلثات. يوجد زوجان من المثلثات المتشابهة. أي، نحصل على مثلثين مختلفين. مثلث **ز** و **ح** في الأعلى.



פעילות 2 – בנד ד – اقتراحات لحلول ممكنة

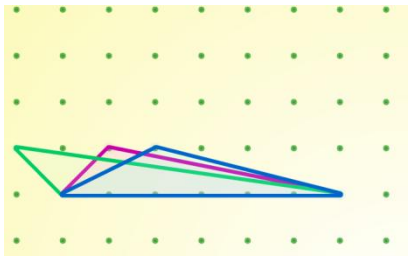
המלבנים המתאימים בשטח הם:

המלבן	אורכי צלעות המלבן	שטח המלבן ביחידות שטח
א	1X6 القوائم	6
ו	2X3 القوائم	6
ז	4X3 القوائم	12
ב	2X6 القوائم	12
ה	6X3 القوائم	18
ג	القاعدة 6 والارتفاع النازל عليها 3	18

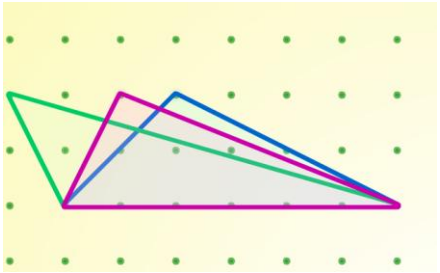
פעילות 2 – בנד ה – اقتراحات لحلول ممكنة

משולשים נוספים (לא בהכרח ישרי זווית) ששטחם שווה לשטח משולשים בבנד ד. דוגמא:

- משולשים נוספים ששטחם 6 יחידות שטח: כל המשולשים שאורך צלעם 6 יחידות והגובה לצלע זו הוא 2 יחידות. ראה ציור.



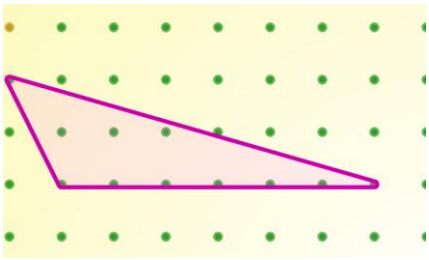
- משולשים נוספים ששטחם 12 יחידות שטח: כל המשולשים שאורך צלעם 6 יחידות והגובה לצלע זו הוא 4 יחידות. ראה ציור.



וכן הלאה....

ممكن أن نحسب مساحة المثلثات باستراتيجيات مختلفة.

طرق لحساب مساحة المثلث الذي في الرسم (6 وحدات مساحة):

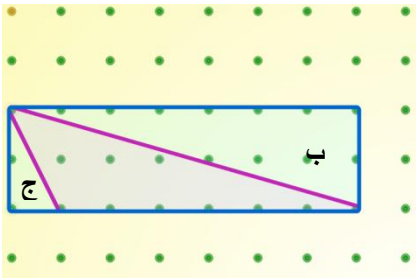


أ. استعمال قانون حساب مساحة المثلث:

$$\frac{\text{الضلع} \times \text{الارتفاع}}{2}$$

أي $\frac{6\times 2}{2} = 6$

ب. حساب مساحة المستطيل (الأزرق) الذي يحصر المثلث (البنفسجي) وتنقيص مساحة المثلثات "الزائدة" **ب** و **ج**.



ت. استعمال قانون بيك:

A مساحة المضلع المرسوم على نقاط ورؤوس المضلع تقع على النقاط.

i يمثل عدد النقاط داخل المضلع، b يمثل عدد النقاط التي تقع على الأضلاع

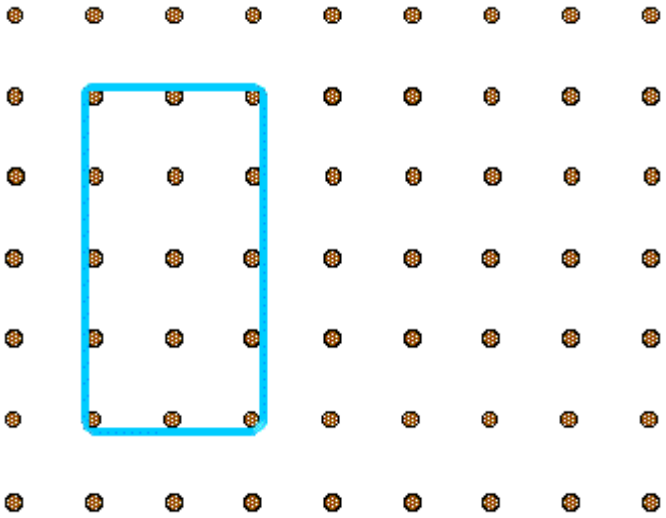
$$A = i + \frac{b}{2} - 1$$

نعوّض في القانون ونحصل على :

$$\text{نقاط في الداخل} \quad 3 + \frac{\text{نقاط على الأضلاع } 8}{2} - 1 = 6$$

فعالية 3 (للطالب)

أ. ابنوا مستطيل جديد، بواسطة إزاحة رأسين فقط، بحيث يكون كل واحد من أضلاعه أكبر مرتين من أضلاع المستطيل المعطى.



ب. كم مستطيلاً مختلفًا نجحتم أن تبنوا؟ اشرحوا.

ت. كيف تغيرت مساحة المستطيل "الجديد" في البند ب مقارنة مع مساحة المستطيل المعطى في البند أ؟ اشرحوا.

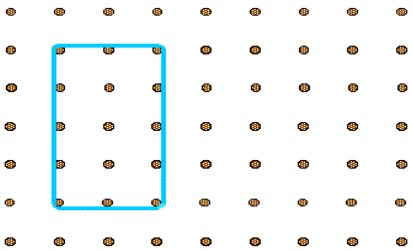
ث. كيف ستتغير مساحة مستطيل كل واحد من أضلاعه أكبر 3 مرات من أضلاع المستطيل المعطى (في بند أ)؟ اشرحوا.

ج. كيف ستتغير مساحة مستطيل كل واحد من أضلاعه أكبر 10 مرات من أضلاع المستطيل المعطى (في بند أ)؟ اشرحوا.

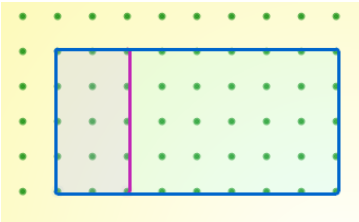
פעالية 3 – ملاحظات للمعلم

اقتراحات لحلول ممكنة

أ. ابنوا مستطيل جديد بحيث يكون كل واحد من أضلاعه أكبر مرتين من أضلاع المستطيل المعطى وذلك بواسطة إزاحة رأسين فقط



الحل: أطوال المستطيل المعطى هي 4X2 لذلك أطوال المستطيل "الجديد" ستكون أكبر مرتين وهي 8X4 كما في الرسم:



ث. كيف تغيرت مساحة المستطيل "الجديد" في البند ب مقارنة مع مساحة المستطيل المعطى في البند أ؟ اشرحوا

نفترض أنّ أطوال المستطيل المعطى هي a X b وكل واحد منها أكبر مرتين- نحصل على مستطيل جديد (بند ب) أطواله 2a X 2b لذلك، مساحته ستكون 2^2 a X b أي أكبر 4 مرات من مساحة المستطيل المعطى.

ث. مضاعفة الأضلاع 3 مرات تتضاعف المساحة 3^2.

ج. مضاعفة الأضلاع 10 مرات تتضاعف المساحة 10^2 وهكذا.