

שלושה עוקבים

1. א. חשבו:

$$(6 + 7 + 8) : 3 =$$

$$(12 + 13 + 14) : 3 =$$

$$(27 + 28 + 29) : 3 =$$

ב. בנו שלושה תרגילים דומים.

ג. מהי החוקיות המסתמנת בשוויונים האלה?

ד. כתבו את החוקיות בשפה האלגברית.

ה. נסו להסביר את החוקיות שמצאתם בדרכים שונות רבות ככל האפשר

(בעזרת ציור, אלגברה, מלים, בכל דרך אחרת...).

תארו את ההסברים על דף נפרד.

ו. כתבו את המספרים הבאים כממוצעים של שלושה מספרים עוקבים:

$$20 = (\underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad}) : 3$$

$$37 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$126 = \underline{\hspace{2cm}}$$

ז. האם ניתן לכתוב כל מספר כממוצע של שלושה מספרים עוקבים? הסבירו.

2. א. נסו למצוא חוקיות דומה לגבי שלושה מספרים בדילוגים שווים.

ב. נסו למצוא חוקיות דומה לגבי יותר משלושה מספרים עוקבים.

ארבעה עוקבים

3. נתונים ארבעה מספרים עוקבים. לדוגמה: 5, 6, 7, 8 .
- א. כפלו את שני המספרים האמצעיים, וכפלו את שני המספרים הקיצוניים, ומצאו את הפרש המכפלות.
- ב. חזרו על הסעיף הקודם עם שתי דוגמאות נוספות.
- ג. שערו את תוצאת התרגיל $10 \cdot 13 - 11 \cdot 12 =$. בדקו.
- ד. נסחו השערה, בעזרת תבניות, המתאימה לחוקיות שקיבלתם.
- ה. הוכיחו או הפריכו את השערתכם.

4. נתונים ארבעה מספרים בדילוגים של 2. לדוגמה: 3, 5, 7, 9 .
- א. כפלו את שני המספרים האמצעיים, וכפלו את שני המספרים הקיצוניים, ומצאו את הפרש המכפלות.
- ב. חזרו על הסעיף הקודם עם שתי דוגמאות נוספות.
- ג. נסחו השערה, בעזרת תבניות, המתאימה לחוקיות שקיבלתם.
- ד. הוכיחו או הפריכו את השערתכם.

5. א. נסו, מבלי לחשב, לנסח השערה לגבי חוקיות דומה של ארבעה מספרים בדילוגים של 3.
- ב. בדקו את השערתכם בעזרת דוגמאות.
- ג. אם השערתכם לא הייתה נכונה, נסחו השערה חדשה.

- ד. לפניכם ההוכחה שבתיה כתבה להשערה שלה.
- תבניות לארבעה מספרים בדילוג של 3 הן: $a, a + 3, a + 6, a + 9$
- הפרש המכפלות הוא: $(a + 3)(a + 6) - a(a + 9) =$
- $$a^2 + 6a + 3a + 18 - (a^2 + 9a) =$$
- $$a^2 + 9a + 18 - a^2 - 9a = 18$$

בתיה אמרה: אפשר לראות מן התבניות איך התקבלה התוצאה 18. לכן אני משערת כי הפרש דומה בין מכפלות של מספרים בדילוגים של 4 יהיה 32.

האם בתיה צודקת? הסבירו.

6. שערו מה תהיה תוצאת ההפרש במקרים הבאים.

א. המספרים הם: 100, 105, 110, 115.

$$105 \cdot 110 - 100 \cdot 115 =$$

בדקו.

ב. המספרים הם: 32, 42, 52, 62.

$$42 \cdot 52 - 32 \cdot 62 =$$

בדקו.

7. א. על סמך התרגילים הקודמים, שערו מהו הקשר בין הפרש המכפלות לבין הדילוג שבין המספרים.

ב. סמנו את המספר הקטן ב- a ואת הדילוג ב- d , והוכיחו.

8. א. בדקו את נכונות השוויון: $n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) = (n + 3)(n + 2) - (n + 1) \cdot n$

ב. נסחו את החוקיות במילים.

ג. תנו שתי דוגמאות במספרים המדגימות את החוקיות.

הפרש ריבועי עוקבים

9. א. בדקו את נכונות השוויונים.

$$4^2 - 3^2 = 7$$

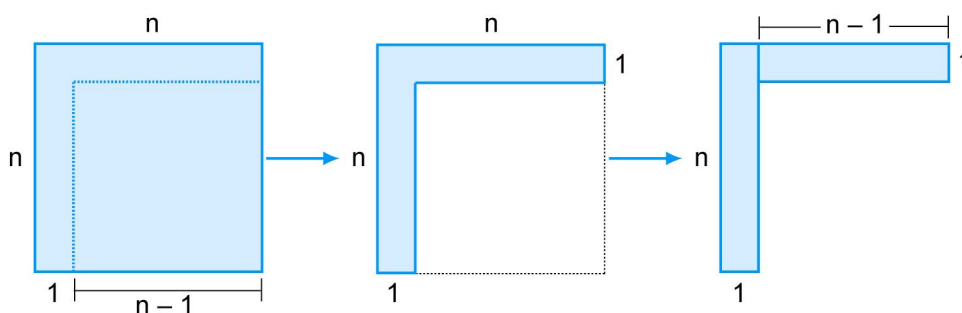
$$7^2 - 6^2 = 13$$

$$13^2 - 12^2 = 25$$

ב. שערו חוקיות המסתמנת בשוויונים אלה.

ג. כתבו שלושה שוויונים דומים ובדקו את נכונותם.

ד. n מייצג אורך צלע של ריבוע.



ספרו לחבריכם כיצד סדרת הסרטטים מסבירה את החוקיות.

ה. השלימו כהפרש של שני ריבועים – אם הדבר אפשרי.

$$17 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$21 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$30 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$35 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$100 = \underline{\hspace{2cm}}$$

ו. אילו מספרים ניתנים לכתיבה כהפרש ריבועים של שני מספרים עוקבים?

מכפלה של "כמעט עוקבים"

10. א. בדקו את נכונות השוויונים.

$$3 \times 5 = 4^2 - 1$$

$$5 \times 7 = 6^2 - 1$$

$$12 \times 14 = 13^2 - 1$$

ב. בנו שלושה תרגילים דומים.

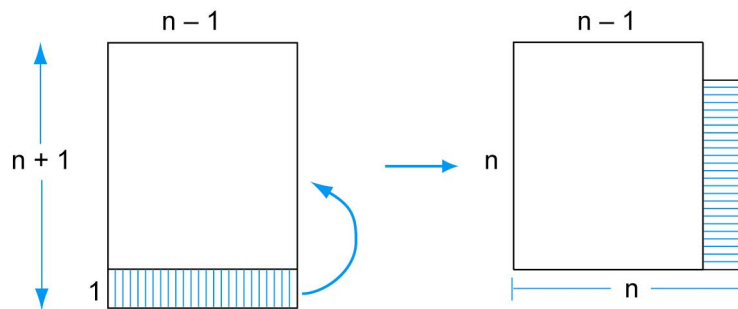
ג. מהי החוקיות המסתמנת בתרגילים אלה?

ד. כתבו את החוקיות בשפה אלגברית.

ה. n מייצג אורך צלע של ריבוע.

כתבו מידות אורך על הצלעות המופיעות בסרטוט.

ספרו לחברכם כיצד סידרת הסרטוטים מסבירה את החוקיות.



ו. כפלו מהר!

$$39 \times 41 =$$

$$49 \times 51 =$$

$$99 \times 101 =$$

מכפלה שווה להפרש או לסכום

11. הסתכלו בשוויונים הבאים, בדקו שהם נכונים, הכלילו ונסחו את ההכללה בעזרת תבנית. נסו להוכיח שההכללה אמנם נכונה.

$$\frac{1}{20} \cdot \frac{1}{21} = \frac{1}{20} - \frac{1}{21} \qquad \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{7} - \frac{1}{8} \qquad \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

12. הסתכלו בשוויונים הבאים, בדקו שהם נכונים, הכלילו ונסחו את ההכללה בעזרת תבנית. נסו להוכיח שההכללה אמנם נכונה.

$$21 \cdot \frac{21}{20} = 21 + \frac{21}{20} \qquad 10 \cdot \frac{10}{9} = 10 + \frac{10}{9} \qquad 5 \cdot \frac{5}{4} = 5 + \frac{5}{4}$$

ולסיכום...

לחוקיות במספרים פנים רבות,
אם אותה תרצו לזהות,
תצטרכו טביעת עין.
אך גם אם העין זיהתה,
המלאכה עוד לא כלתה,
אם את החוקיות לא תיארתם עדיין.
את התיאור תוכלו לעשות,
בעזרת מילים או בתבניות,
אשר את החוקיות הן מביעות
בדרך קצרה, במקום ברוב דוגמאות.
האם התיאור שלכם נכון?
חשוב לוודא זאת בביטחון!
אפשר להראות שהתכונות קיימות,
אם תצליחו לקבל תבניות תואמות.