

## יצירת משולשים ישרי זווית - מדריך למורה

### רקע

המשולש הינו מצולע הבנוי משלוש צלעות, שלושה קודקודים ושלוש זוויות, ומכאן שמו – משולש. סכום הזוויות הפנימיות בכל משולש, ללא תלות בצורתו, תמיד 180 מעלות. כל משולש ניתן לאפיין על-פי זוויותיו או על-פי צלעותיו.

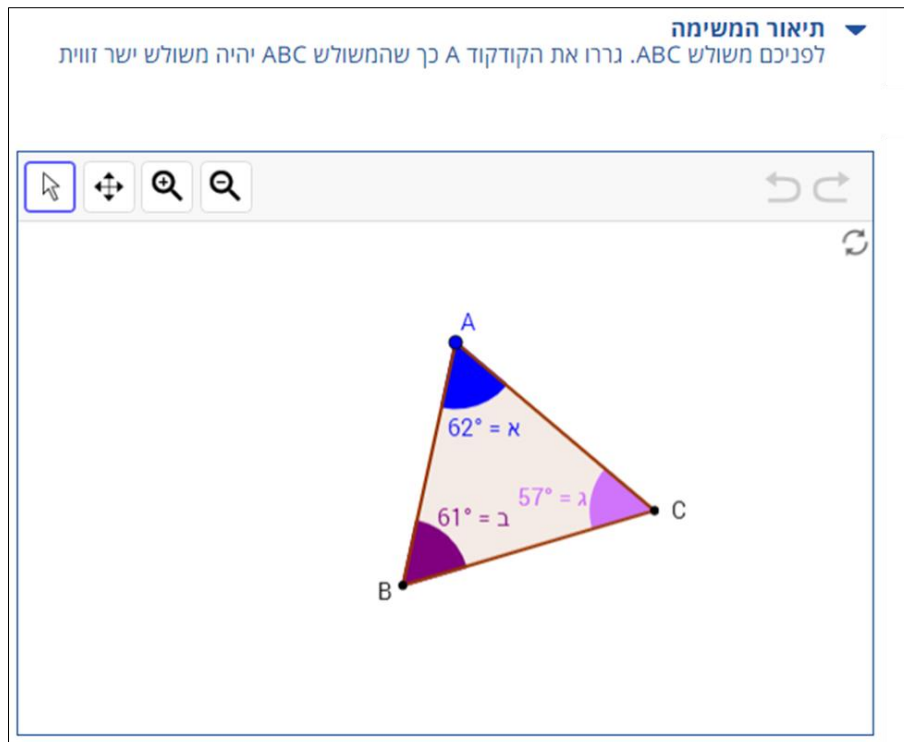
על פי תכנית הלימודים במתמטיקה, נושא מיון משולשים נלמד בכיתה ג' ואילך. התלמידים נחשפים לסוגי זוויות (חדות, ישרות, קהות ושטוחות) כמאפיין של מצולעים שונים. הם מתנסים בסרטוט, מדידה, מיון והשוואה של משולשים.

למידת הנושאים הללו מלווה באתגרים שונים. ראשית, לעיתים נוצר בלבול בין מושג הצלעות לזוויות. בנוסף, נושא זה מתבסס על ידע קודם של סוגי זוויות כיוון שעל מנת למיין משולשים לפי זוויות צריך לזהות את הזווית "המיוחדת" (ישרה/קהה) שעל פיה נקבע סוג המשולש או לחלופין לזהות שכל הזוויות הן חדות ולכן המשולש יהיה משולש חד זוויות.

במשימה זו אנו מתמקדים במשולשים ישרי זווית, במשולשים אלה ישנה זווית אחת בת 90 מעלות. מכיוון שסכום הזוויות במשולש הוא 180 מעלות, נקבל ששתי הזוויות האחרות במשולש זה הן בהכרח זוויות חדות.

### היישומון

ביישומון [שבקישור](#) מוצג משולש ABC (איור 1). זוויות המשולש מסומנות בצבעים שונים ולידן מופיע מידת הזווית במעלות. הקודקודים C ו-B מקובעים ואינם ניתנים להזזה. ניתן להזיז רק את קודקוד A (מסומן בכחול) וליצור משולשים בגדלים וסוגים שונים.



איור 1: היישומון.

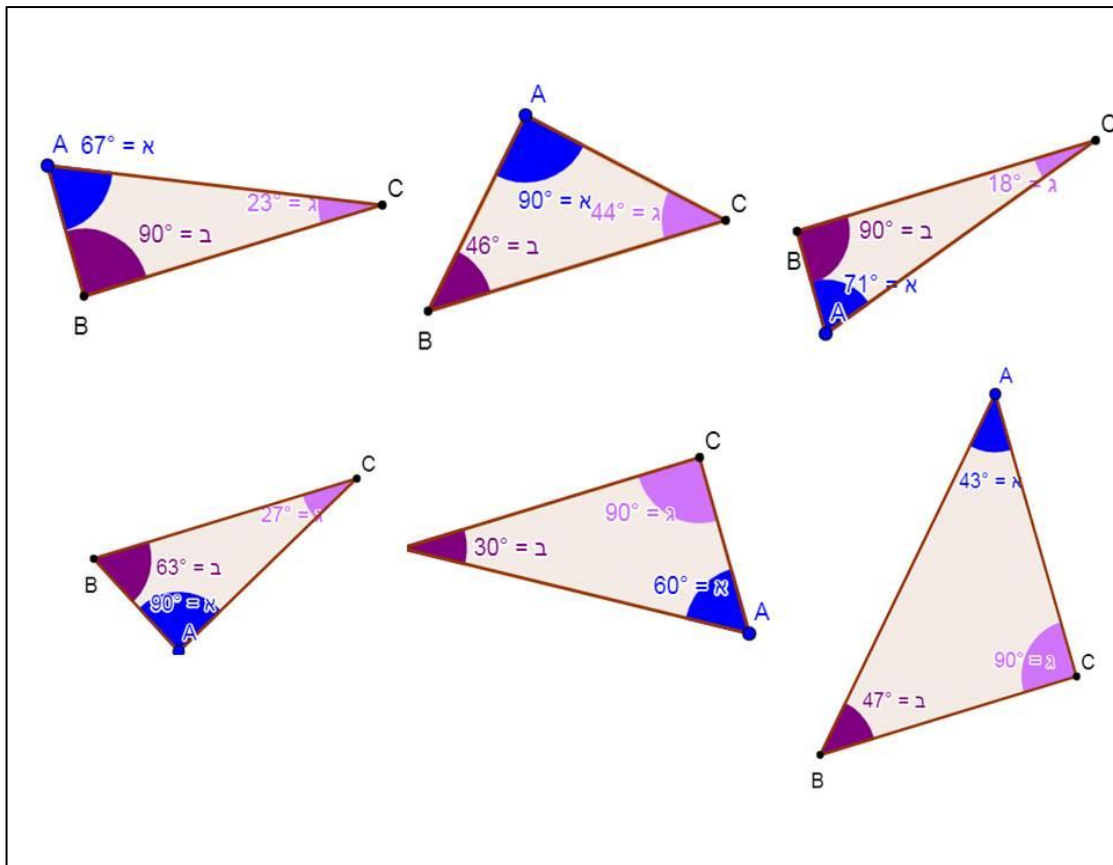
### תיאור המשימה

על התלמיד לגרור את קודקוד A וליצור משולשים ישרי זווית. בהמשך, הוא יכול לבחון את מרחב התשובות שהשיב, ביחס למרחבי התשובות האפשריים. במהלך הפעילות, התלמיד מתנסה ביצירת דוגמאות שונות למשולשים ישרי זווית, בזיהוי המאפיינים של משולשים אלו ובעריכת הכללה לגבי סוגי המשולשים השונים.

כדי לעודד את הילדים להתנסות ביישומון ולעורר דיון בתכנים העולים ממנו, אפשר לשאול:

- האם קיימות תשובות אפשריות נוספות מעבר למשולשים שיצרת?
- מה נחשב כתשובה נכונה? מה נחשב כתשובה לא נכונה?
- מה ניתן ללמוד על משולשים ישרי זווית?

ביישומון אפשר ליצור משולשים ישרי זווית שונים. להלן שש דוגמאות למשולשים ישרי זווית שניתן ליצור ביישומון (איור 2). שימו לב בעזרת גרירת קודקוד A כל אחת מזוויות המשולש יכולה להפוך לזווית ישרה. ניתן להניח שהזוויות הנפוצות שיהיו ישרות הן זווית B וזווית C כיוון שהם נוצרות על ידי גרירת קודקוד A לצד ימין ולצד שמאל. יש לשים לב שכאשר גוררים את קודקוד A כלפי מטה לכיוון צלע BC יכול להתקבל משולש ישר זווית שהזווית הישרה שלו היא זווית A.



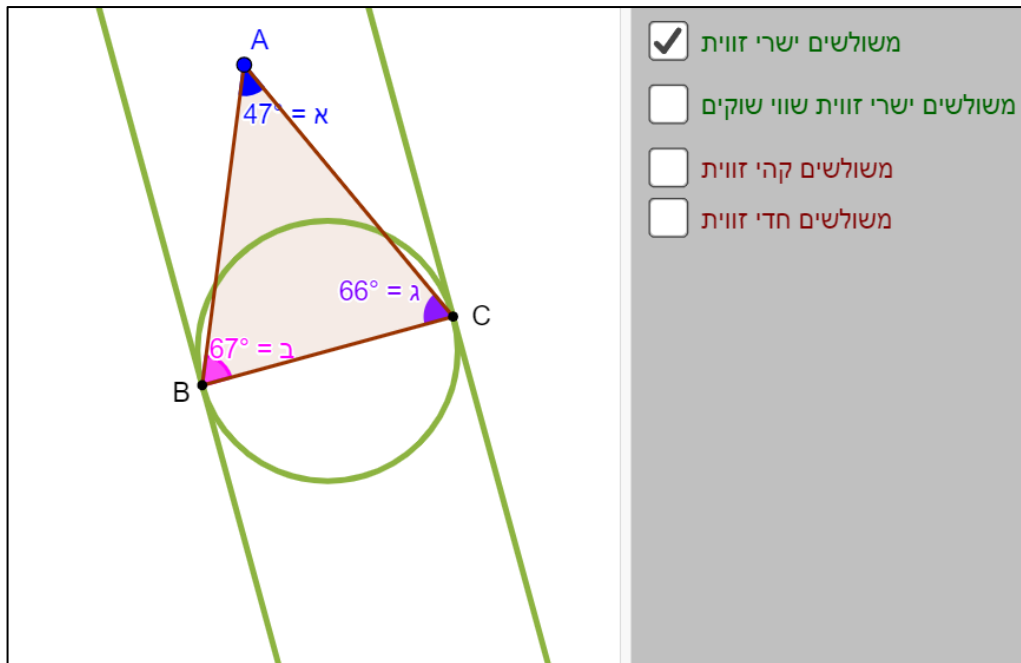
איור 2: דוגמאות למשולשים ישרי זוויות.

### הערכה

לאחר שהתלמידים מגישים את המשימה למורה הם יכולים לבצע הערכה עצמית ולצפות בכלל התשובות שהשיבו בעזרת לחיצה על הלחצן "צפייה במשוב". התבוננות בתשובות אלו, בהכונה מתאימה, יכולה לעודד את התלמיד לערוך הכללה ביחס למיון משולשים באופן כללי ולמשולשים ישרי זוויות בפרט.

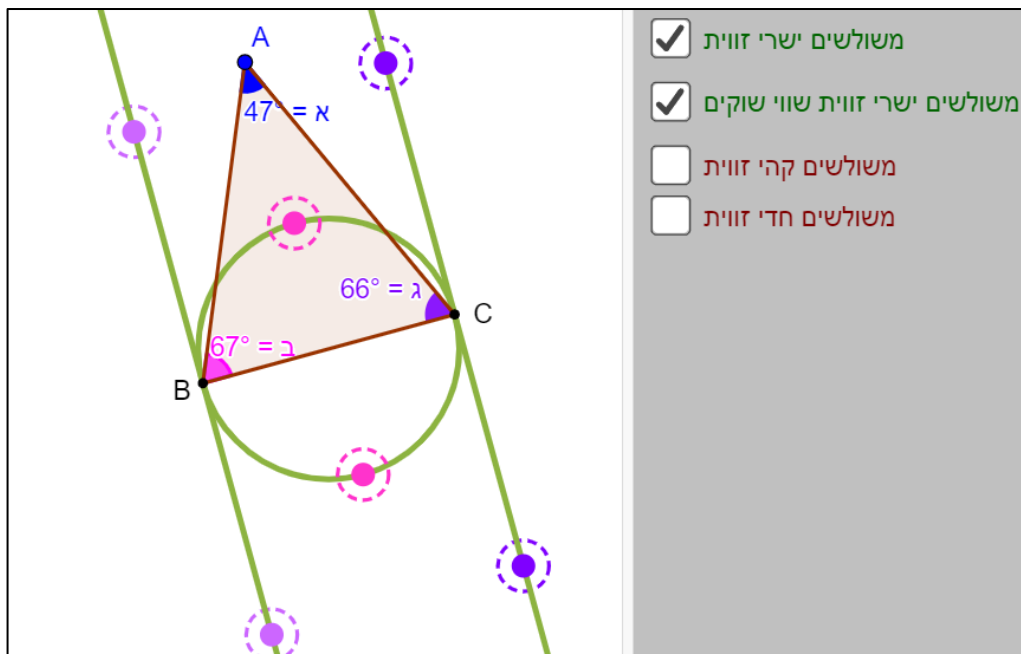
במצב זה, מופיעים בחלון הימני לחצני בחירה הבאים:

- **משולשים ישרי זווית** - מאפשר לבדוק מהו האזור בו נוצרים משולשים ישרי זווית. אם גוררים את קודקוד A לאיזור זה, בהכרח יוצר משולש ישר זוויות – כלומר זהו איזור התשובות הנכונות. איזור זה מסומן בצבע ירוק (איור 3).



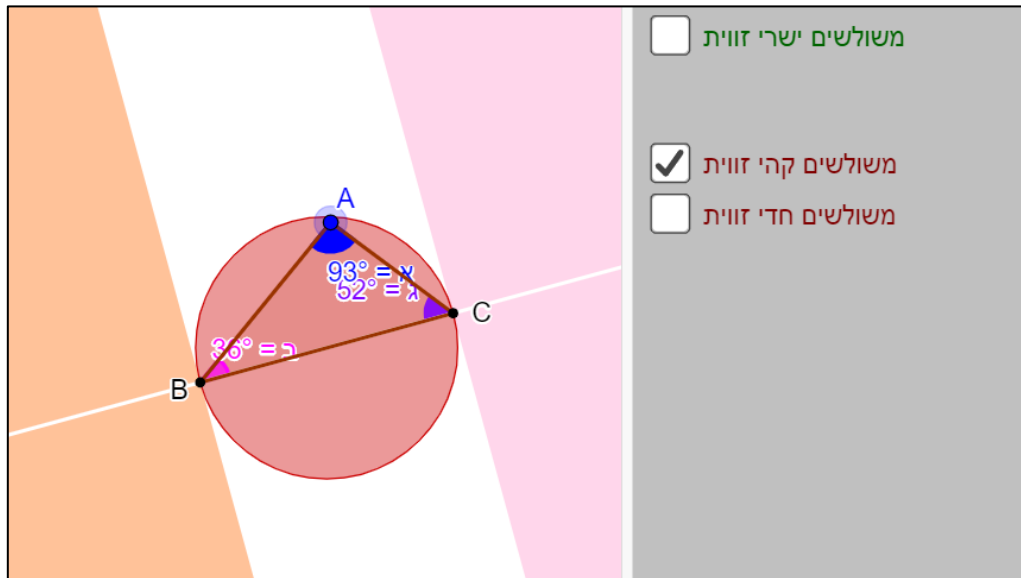
איור 3: איזור המשולשים ישרי הזווית – איזור תשובות הנכונות (מסומן בירוק).

- משולשים ישרי זווית ושווי שוקיים** – באיזור המשולשים ישרי הזווית, ישנו תת איזור מיוחד, ובו משולשים ישרי זווית שהם גם שווי שוקיים: הנקודות בהן  $CB=AC$  מסומנות בסגול, הנקודות בהן  $AC=AB$  מסומנות בורוד ואלו בהן  $BC=AB$  מסומנות בסגול בהיר, (איור 4).

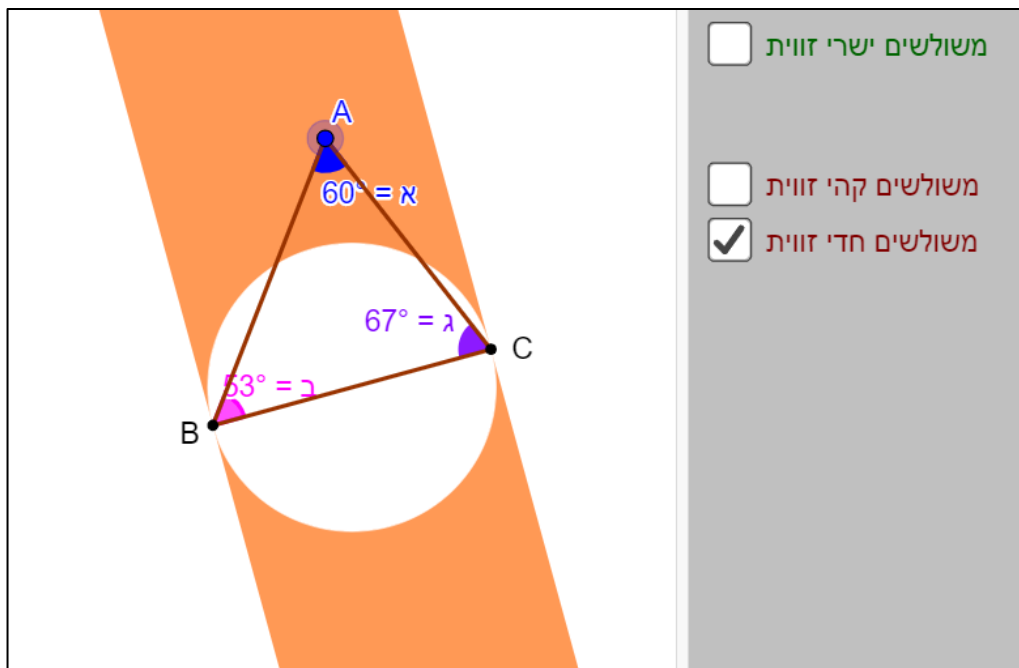


איור 4: איזור המשולשים ישרי הזווית ושווי השוקיים – איזור תשובות הנכונות.

- משולשים קהי הזווית** - מאפשר לבדוק מהם האזורים בהם המשולשים הנוצרים אינם ישרי זווית, אלא קהי זווית (איור 5). אזורים אלו מציגים משולשים בהם הזווית א קהה (מסומן בעיגול אדמדם), הזווית ג קהה (מסומן בורוד) והזווית ב קהה (מסומן בכתום).



איור 5: איזור המשולשים קהי הזווית (מסומן בורוד, כתום ואדמדם).



איור 6: איזור המשולשים בעלי 3 זוויות חדות (מסומן בכתום).

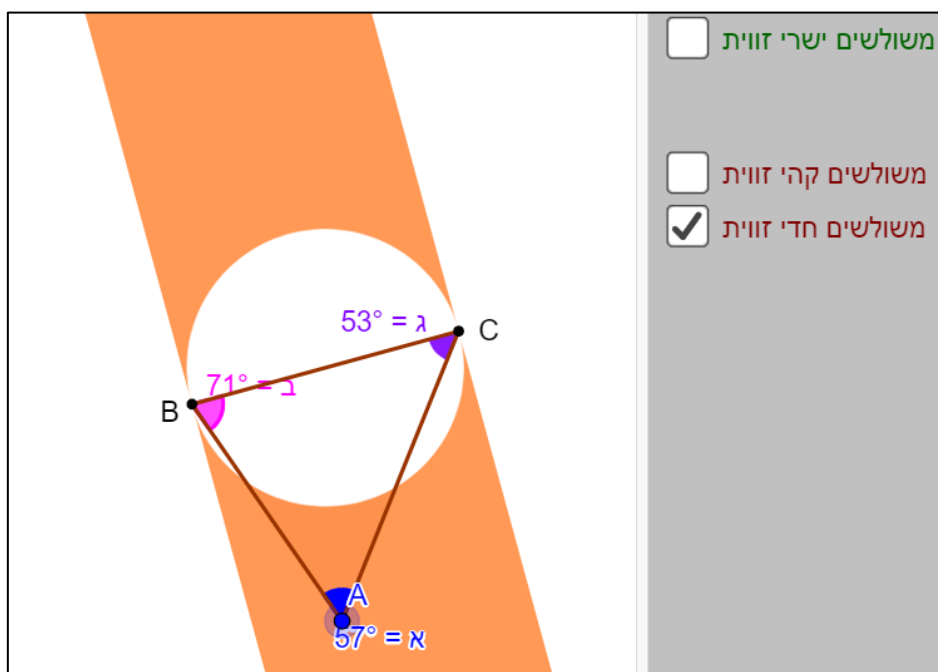
## הערכה עצמית של התלמיד

היישומון מאפשר לתלמיד להעריך את הידע האישי שלו, הן על ידי הצגת אזורי התשובות הנכונות והשגויות, והן על ידי הצגת כלל התשובות באופן מרוכז. השוואה בין אזורי התשובות ובין כלל התשובות שהגיש מאפשרת לתלמיד משוב עצמי והכוונה. הוא יכול להעריך את תשובותיו, לתקן אותן על פי הצורך ולהגיע להכללה לגבי הנושא הנלמד.

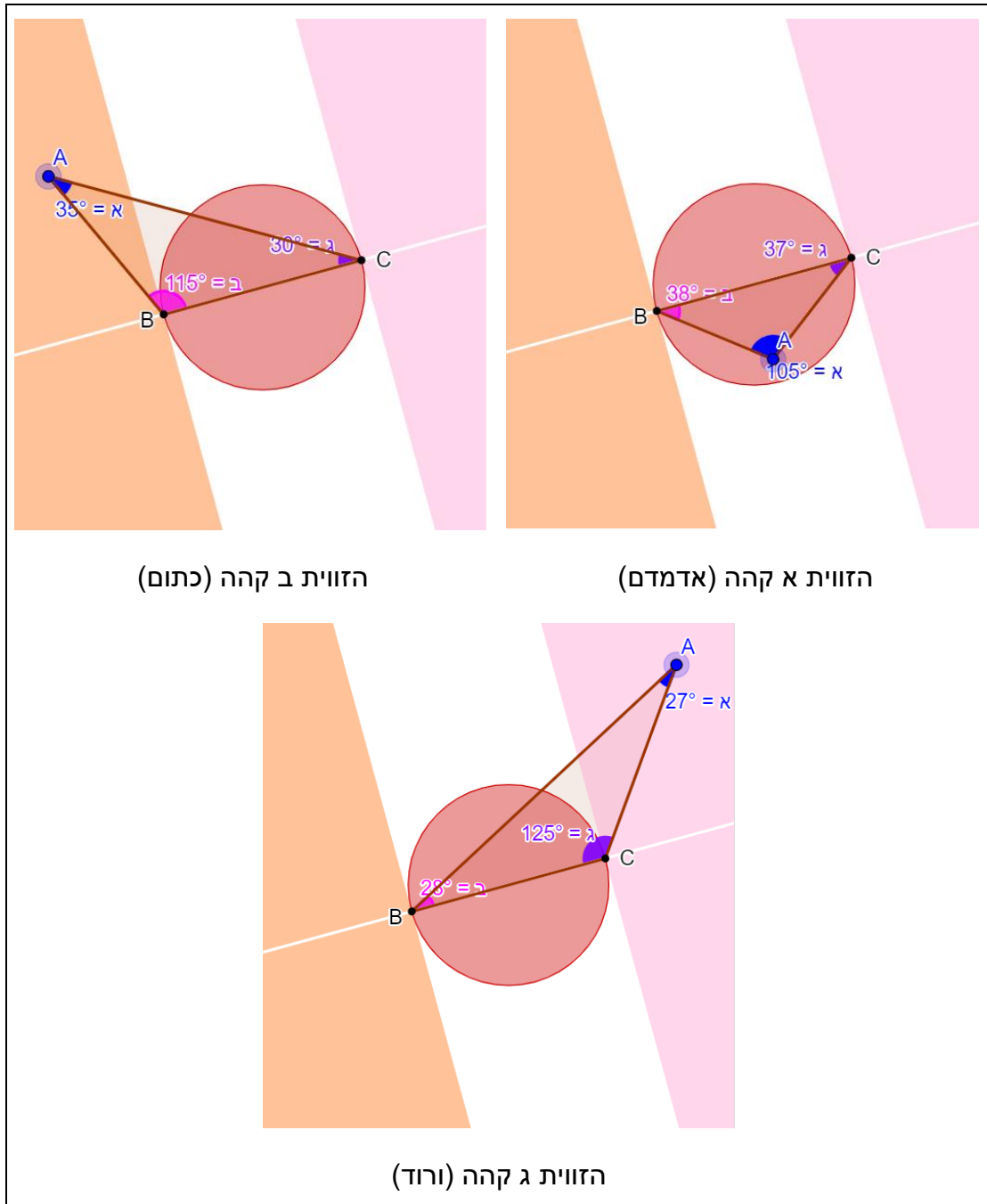
כדי לעודד את הילדים לערוך הערכה עצמית, אפשר לשאול:

- מה משותף לכלל המשולשים שיצרתם? האם ניתן בעזרת כלל התשובות שנתתם להגיע להכללה מה מאפיין משולשים ישרי זווית?
- במידה והתשובות שהגשתם אינן נמצאות באזור התשובות העונות לתנאי השאלה, נסו להסביר מה משותף להן, ומדוע אינן מבטאות משולשים ישרי זווית?

מתוך התנסות באיזורי תשובות שאינן עונות על דרישות המשימה, התלמידים עשויים ללמוד שכאשר גוררים את קודקוד A לאיזור המסומן כאיזור תשובה לא מתאימה, יתקבל תמיד משולש חד זווית (איור 7). באותו אופן כאשר גוררים את קודקוד A לאיזור המסומן משולשים קהי זווית יתקבלו תמיד משולשים קהי זווית (איור 8). יש לשים לב שכאשר מוצג המשוב לתלמיד ולמורה לא רואים את סרטוט המשולש עצמו אלא רואים נקודה כחולה המסמנת את מיקומו של קודקוד A.



איור 7: הקודקוד נגרר לאיזור המשולשים שאינם ישרי זווית אלא חדי זווית.



איור 8: הקודקוד נגרר לאיזור המשולשים שאינם ישרי זווית אלא קהי זווית.

### הערכה כוללנית של הכיתה על ידי המורה:

המורה יכול להעריך את תשובות התלמידים בשתי דרכים:

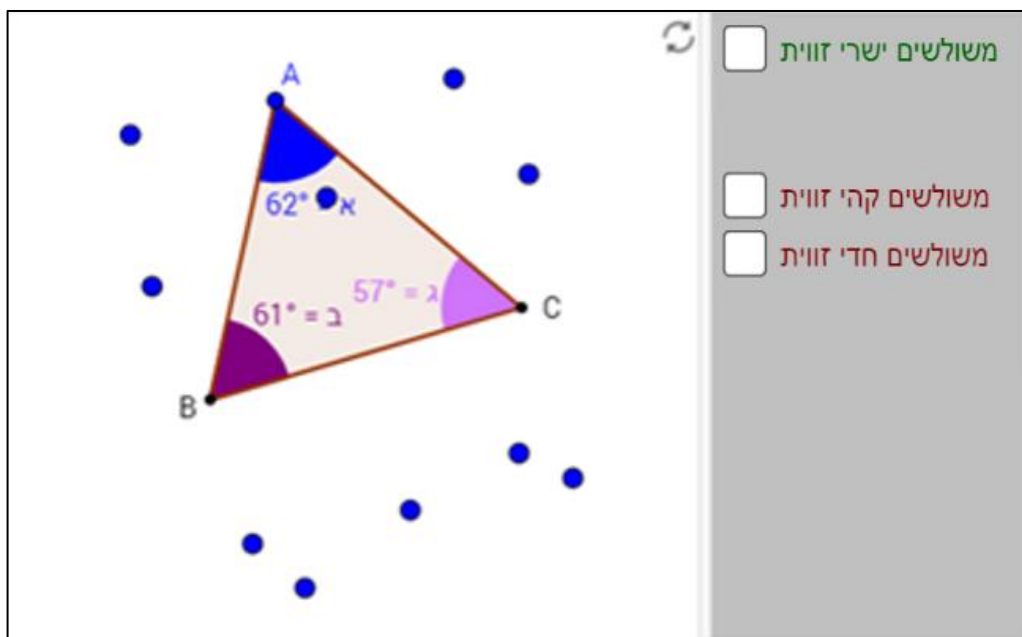
- הערכה יחידנית - הערכה של תלמיד יחיד על ידי המורה
- הערכה כיתתית – הערכה של כלל הכיתה

משימה זו מזמנת הגשת מספר רב של משולשים קהי זווית ומתוכם המורה יכול ללמוד על תפיסת המושג "משולשים קהי זווית" עבור תלמיד יחיד או עבור כל הכיתה.

### הערכה יחידנית

אוסף התשובות של תלמיד יחיד מופיעות כאוסף של נקודות כחולות. הצגת התשובות של תלמיד אחד מאפשרת למורה לזהות את התפיסות של התלמיד ולתמוך בו על פי הצורך.

דוגמה להערכה יחידנית: לפניכם תשובות שהגיש תלמיד עבור משימה זו (איור 9).

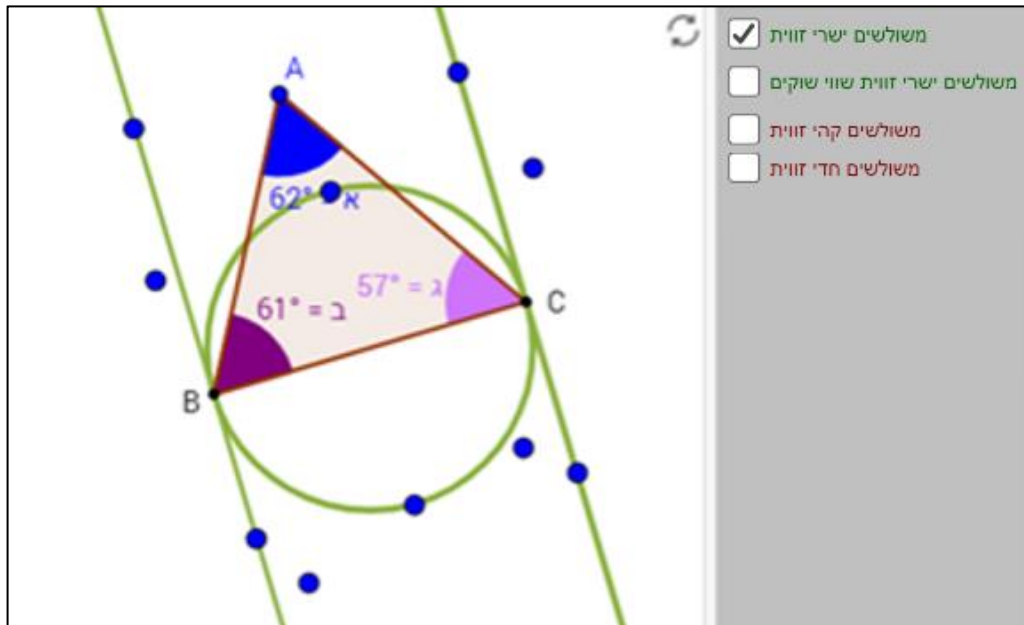


איור 9 : תשובות של תלמיד עבור המשימה

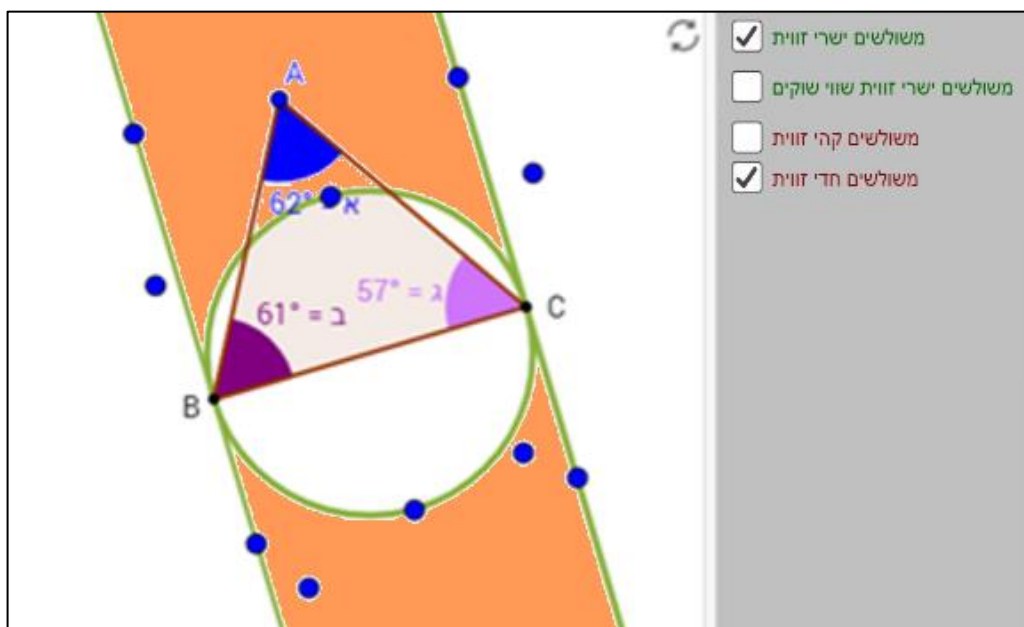
בעזרת כפתורי הבדיקה נוכל להעריך את תשובות התלמיד. לחיצה על "משולשים ישרי זווית" תציג את איזור התשובות הנכונות, ותאפשר הצגה של איזורי עניין מיוחדים (משולשים ישרי זווית ושווי שוקים). ניתן לראות שהוגשו שישה משולשים ישרי זווית (איור 10), שני משולשים חדי זווית (איור 11) ושני משולשים קהי זווית (איור 12). מתוך הגשות אלו ניתן לראות שהתלמיד יצר משולשים ישרי זווית מגוונים. הוא הצליח ליצור שני משולשים כך שזווית A תהיה ישרה, וכן שני משולשים אחרים שבהם זווית B הינה הזווית הישרה וכן שני משולשים נוספים שבהם זווית C היא הזווית הישרה (ניתן לבדוק זאת על ידי הצגת איזור המשולשים ישרי הזווית שהם שווים שוקים). עם זאת ניתן לראות שהוגשו 4 משולשים שאינם ישרי זווית. מיקום הנקודה הכחולה במקרים אלה מראה שהתלמיד יצר משולשים שקרובים מאוד למשולשים ישרי זווית, יתכן שבאופן ויזואלי משולשים אלו היו נראים ישרי זווית אך מתוך



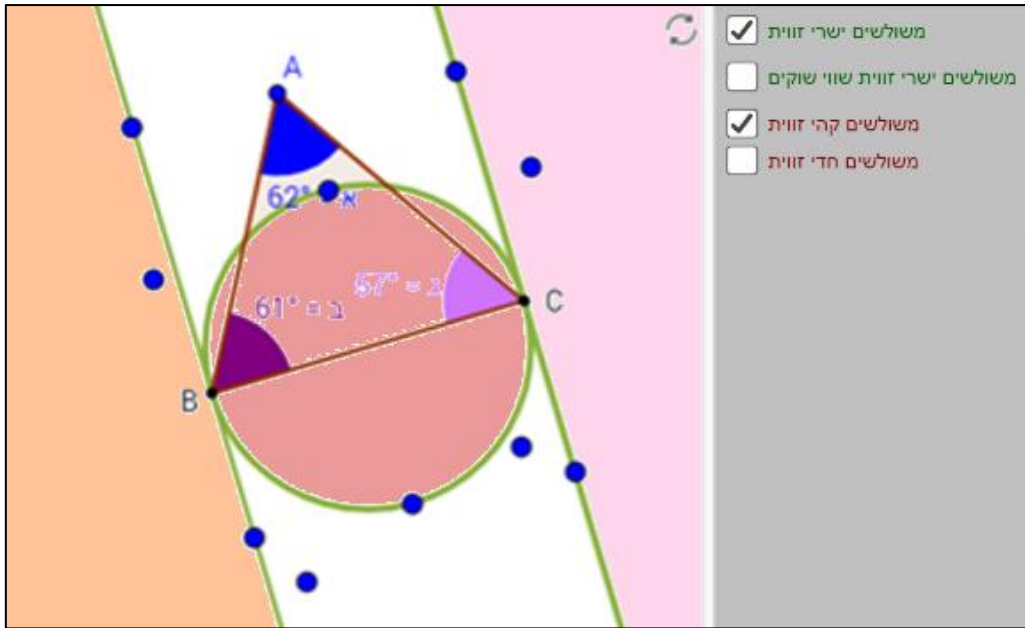
התבוננות במידות של הזוויות היה ניתן לראות שאין במשולשים אלו זווית של 90 מעלות. מקרים אלו מעודדים שיח על המאפיינים מתמטיים של משולשים ישרי זווית מעבר לתפיסה היוזאלית.



איור 10: איזור המשולשים ישרי הזווית (מסומן בירוק)



איור 11: איזור המשולשים חדי הזוויות (מסומן בכתום) עם איזור המשולשים ישרי הזווית.



איור 12: איזור המשולשים קהי הזווית (מסומן בורוד, כתום ואדמדם) מסומן עם איזור המשולשים ישרי הזווית.

### הערכה כיתתית

הצגת כלל התשובות של תלמידי הכיתה במסך אחד מאפשרת למורה לקבל תמונה עדכנית על ידע התלמידים ועל מאפייני התפיסות השגויות שלהם. בהתאם למידע זה, מומלץ לערוך דיון כיתתי כדי לחדד סוגיות מעניינות שעלו בתשובות ולהתייחס לשגיאות אופייניות. כמו כן מידע זה מאפשר למורה לתכנן את המשך הלמידה של הנושא במהלך אותו שיעור או לאחריו.

הדיון והתייחסות המורה לתשובות התלמידים הינם גורם חשוב בגיבוש נורמות כיתתיות בביצוע משימות אלו. כדי ליצור שטף של תשובות וגמישות מחשבתית יש לעודד את התלמידים להגיש תשובות מגוונות הכוללות מקרים מיוחדים ולא להסתפק בדוגמת האבטיפוס הרגילה.

סוגיות שניתן להתייחס אליהם בדיון הכיתתי:

#### 1. רוב הדוגמאות מרוכזות סביב איזור מסוים

הנטייה הראשונית היא להגיע את הדוגמה הנחה והקלה ביותר, כיוון שהמשימה דורשת 10 דוגמאות אז התלמיד צריך להתאמץ ולחפש דוגמאות נוספות. ישנם תלמידים גוררים מעט את הקודקוד כדי ליצור 10 דוגמאות ואינם מחפשים דוגמאות שונות מהותית. למשל, במשולש ישר זווית הנתון ביישומון ניתן להפוך את כל אחת מהזוויות לזווית ישרה, עם זאת סביר להניח שהתלמידים ירבו ליצור משולשים שבהם זווית B או את זווית C היא הזווית ישרה ולא ישימו לב שניתן גם ליצור משולשים ישרי זווית כך שזווית A תהיה זווית ישרה.

**2. דוגמאות הנראות כמשולשים ישרי זווית אך אינם בעלי זווית של 90 מעלות.**  
ישנה נטייה לשפוט באופן ויזואלי האם משולש מסוים או ישר זווית או לא, מבלי להתייחס למידת הזווית. יתכן ויוגש משולש שבו הזווית הגדולה תהיה שווה 95 מעלות, משולש זה "נראה כמו" משולש ישר זווית אך הוא אינו אלא קהה זווית. דוגמאות אלו מעוררת דיון על מאפייני משולש ישר זווית.